

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ (МИИТ)

---

Кафедра геодезии и геоинформатики

С. Е. ГУРИН

СПУТНИКОВЫЕ РАДИОНАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ  
ГЛОНАСС/GPS НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ

Часть I

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

МОСКВА - 2004

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ (МИИТ)

---

Кафедра геодезии и геоинформатики

С. Е. Гурин

Утверждено  
редакционно-издательским  
советом университета

СПУТНИКОВЫЕ РАДИОНАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ  
ГЛОНАСС/GPS НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ

Часть I

Учебное пособие

Для студентов специальности 290900 «Строительство железных  
дорог. Путь и путевое хозяйство»

Москва - 2004

УДК 528.341:629.195

Г 95

Гурин С. Е. Спутниковые радионавигационные системы ГЛОНАСС/GPS на железнодорожном транспорте. Часть I: Учебное пособие для студентов специальности «Строительство железных дорог. Путь и путевое хозяйство». – М.:МИИТ, 2004. – 55 с.

ISBN

Дано подробное описание спутниковой радионавигационной системы ГЛОНАСС, представлены подробные алгоритмы вычисления координат навигационных спутников на моменты обсерваций с учётом особенностей моделирования гравитационного поля Земли.

Учебное пособие может быть использовано студентами других специальностей при изучении среднеорбитальных спутниковых радионавигационных систем для целей различного применения на сети железных дорог Российской Федерации.

Ил. 14, табл. 3, библиогр. 19 назв.

Рецензенты:

первый заместитель директора Федерального государственного унитарного предприятия Российский научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи МПС России (ВНИИАС МПС России), канд. техн. наук Е. Н. Розенберг;

профессор МИИТа, канд. техн. наук У. Д. Ниязгулов.

Ответственный за выпуск: доц. канд. техн. наук В. Д. Власов.

© Московский государственный  
университет путей сообщений  
(МИИТ), 2004

## **1. СЕТЕВЫЕ СПУТНИКОВЫЕ РАДИОНАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ ВТОРОГО ПОКОЛЕНИЯ ГЛОНАСС/GPS**

### **1.1. Общие исторические сведения**

Техника навигационных определений положения потребителя по сигналам искусственных спутников Земли (ИСЗ) стала отрабатываться с момента запуска первого ИСЗ в истории человечества 4 октября 1957 г. Фундаментальное значение для радиоопределений имела работа группы советских учёных под руководством академика В. А. Котельникова, опубликованная в 1958 г. Была экспериментально подтверждена возможность определения параметров движения ИСЗ по результатам измерений доплеровского сдвига частоты сигнала, передаваемого с ИСЗ, в точке приёма с известными координатами [9]. Обратная задача была очевидной: по измерениям того же доплеровского сдвига при известных координатах ИСЗ найти координаты пункта наблюдения. В начале 60-х годов началась разработка в СССР и США низкоорбитальных спутниковых радионавигационных систем (СРНС) первого поколения «Цикада» и «Транзит». В 1976 г. на вооружение Советской Армии была принята навигационно-связная система "Циклон-Б" в составе шести космических аппаратов (КА) "Парус", обращающихся на околополярных орбитах высотой 1000 км. Через три года была сдана в эксплуатацию СРНС "Цикада" в составе четырех КА на орбитах того же класса, что и у КА "Парус". И если первая система использовалась исключительно в интересах Министерства обороны (МО) СССР, то вторая предназначалась, главным образом, для навигации гражданских морских судов. Оснащение спутниковой навигационной аппаратурой судов торгового флота оказалось очень выгодным делом, поскольку повышение точности судовождения настолько сэкономило время плавания и топливо, что бортовая аппаратура потребителя окупала себя после первого же года эксплуатации. С 1989 г. введена в эксплуатацию гражданская навигационная система первого

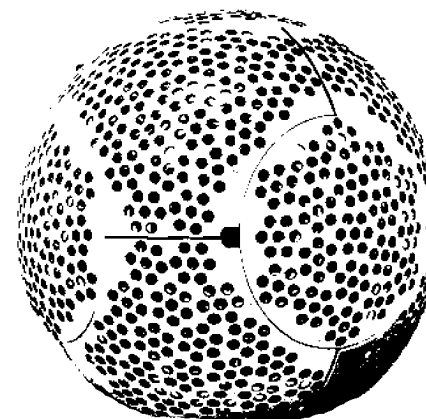
поколения «Надежда», входящая в программу COSPAS/SARSAT по обнаружению терпящих бедствие [16].

Характерной чертой первого поколения СРНС является применение от 4 до 6 навигационных ИСЗ, расположенных на низких круговых орбитах порядка 1000 км с наклоном порядка  $83^\circ$ , с равномерным распределением плоскостей орбит вдоль экватора и использованием для навигационных определений сигнала одного ИСЗ, оказавшегося в зоне радиовидимости наблюдателя, время навигационного сеанса порядка 10 – 16 минут, периодичность 1,5 – 2 часа. В сеансе навигации определяются только горизонтальные координаты подвижного объекта без определения высоты местоположения объекта. Ошибка определения движущегося объекта составляет 80 – 100 м [9].

СРНС первого поколения обладают, по крайней мере, двумя серьёзными недостатками: малой точностью определения координат и большим интервалом времени между наблюдениями.

Несоответствие СРНС первого поколения требованиям высокоточного непрерывного навигационного обеспечения потребовало разработку нового, второго поколения СРНС. При обосновании и разработке структуры СРНС второго поколения основное внимание было уделено принципам построения таких систем, которые обеспечивали бы для любых потребителей (как движущихся, так и неподвижных относительно поверхности Земли) повышенную точность местоопределения, непрерывность навигационной работы и практически мгновенную выдачу определяемых параметров. В СССР такая СРНС получила название ГЛОНАСС – ГЛОбальная НАвигационная Спутниковая Система «Ураган», а в США – GPS – Система глобального определения местоположения "Navstar" (Navstar – Навигационная Звезда). В 1973 г. Джон Уоли, отвечающий за финансирование проекта GPS, предложил использовать «красивое» название "Navstar" в качестве аббревиатуры NAVSTAR, которая могла бы расшифровываться как NAVigation System Timing And Ranging (навигационная система синхронизации и измерения дальности) [14]. Однако в [14,17] и других изданиях, на которых построено учебное пособие, название "Navstar" никогда не используется в качестве аббревиатуры NAVSTAR. Технические предложения по системе ГЛОНАСС в

составе КА 11Ф654 «Ураган» были разработаны в красноярском НПО прикладной механики (НПО ПМ) в начале 1976 г. [4]. В 1977 – 1978 гг. в НПО ПМ проводилось эскизное проектирование системы, материалы которого были одобрены в сентябре 1978 г. межведомственной комиссией под председательством генерал-майора И. В. Мещерякова. Тактико-техническое задание (ТТЗ) на систему ГЛОНАСС было согласовано с главнокомандующими всех видов Вооруженных Сил СССР и министерствами: Минобщемашем, Минрадиопромом, Минавиапромом, Миноборонпромом,



**Рис. 1. ПКА «Эталон»**

Минморфлотом, Минрыбхозом, Минсудпромом и Министерством гражданской авиации. В ноябре 1978 г. ТТЗ было утверждено МО СССР.

Летные испытания системы ГЛОНАСС были начаты 12 октября 1982 г. запуском первого КА 11Ф654 "Ураган" N11л и двух габаритно-весовых макетов 11Ф654ГВМ (7,8 м высотой и 7,2 м в поперечнике с учётом солнечных батарей, каждая массой 1,260 кг, масса спутника без солнечных батарей 1411 – 1415 кг) ракетой «Протон». Затем в последующих шести запусках на орбиту выводились по два штатных КА и одному ГВМ. С восьмого запуска в рамках развертывания системы ГЛОНАСС (16 сентября 1986 г.) на орбиту были выведены сразу три штатных КА. Дважды (10 января и

31 мая 1989 г.) вместе с двумя КА "Ураган" на орбиту выводились пассивные геодезические КА (ПКА) "Эталон" (рис.1), используемые для уточнения параметров гравитационного поля и его влияния на орбиты КА "Ураган".

Для отработки навигационной аппаратуры были изготовлены базовые комплекты по шесть штук каждого наименования для ВВС, ВМФ, СВ, МГА, ММФ и РВСН. Всего для летных испытаний было выделено 22 КА (9 – 10 запусков). После запуска 4 апреля 1991 г. в составе ГЛОНАСС оказалось одновременно 12 работоспособных КА.

24 сентября 1993 г. первая очередь системы ГЛОНАСС была принята на вооружение. С этого момента стали проводиться запуски КА в третью орбитальную плоскость. 14 декабря 1995 г. после 27-го запуска "Протона-К" с "Ураганами" развертывание штатной конфигурации системы ГЛОНАСС было завершено.

В настоящее время идёт реализация Федеральной целевой программы по развитию СРНС ГЛОНАСС, по которой в 2004 г. система будет насчитывать от 15 до 18 навигационных искусственных спутников Земли (НИСЗ), в 2005 г. – от 17 до 20 НИСЗ, в 2006 г. – от 20 до 24 НИСЗ и к 2007 – 2008 гг. будет насчитывать не менее 24 НИСЗ.

## 1.2. Описание СРНС второго поколения

Характерными особенностями СРНС второго поколения являются применение средневысотных ИСЗ и использование для навигационных определений сигналов нескольких одновременно находящихся в зоне радиовидимости НИСЗ. Несомненными достоинствами СРНС второго поколения являются: неограниченная дальность действия в приземном слое пространства, высокая точность определения координат и составляющих скоростей во всей пространственной рабочей области, однозначность навигационных определений, выдаваемых в единой для всех потребителей системе координат, независимость точности определений от времени суток, сезонов года и гидрометеоусловий, высокая помехоустойчивость, неограниченность числа обслуживаемых подвижных объектов,

возможность при одном и том же радионавигационном поле применять приёмоизмерительную аппаратуру различных классов точности и оперативности с различным составом определяемых параметров.

СРНС второго поколения позволяют проводить: локальную высокоточную навигацию подвижных объектов на основе дифференциальных методов навигации с применением стационарных наземных корректирующих (опорных) станций, высокоточную взаимную геодезическую привязку удалённых наземных стационарных объектов, взаимную синхронизацию стандартов частоты и времени на удалённых наземных стационарных объектах, оперативную автономную навигацию низкоорбитальных космических объектов, ориентацию объекта на основе радиоинтерферометрических измерений на объекте с помощью навигационных радиосигналов, принимаемых разнесёнными антеннами [5].

В состав системы входят: подсистема космических аппаратов, подсистема контроля и управления (ПКУ), координатная система, а также аппаратура потребителей. (Далее в первой главе будет описана СРНС ГЛОНАСС, а сведения по СРНС GPS будут даны только там, где они необходимы, и для сравнения тактико-технических характеристик (ТТХ) двух СРНС второго поколения, так как принципы построения двух СРНС в общих чертах идентичны).

### 1.2.1. Подсистема космических аппаратов

Подсистема КА системы ГЛОНАСС состоит из 24-х спутников, находящихся на круговых орбитах высотой 19100 км, радиусом круговых орбит 25510 км, с наклоном  $64,8^\circ$  и периодом обращения 8/17 звездных суток или 11 ч 16 мин в трех орбитальных плоскостях [7]. Орбитальные плоскости разнесены по долготе на  $120^\circ$ . В каждой орбитальной плоскости размещаются по 8 спутников с равномерным сдвигом по аргументу широты  $45^\circ$ . Кроме этого, сами плоскости сдвинуты относительно друг друга по аргументу широты на  $15^\circ$ . Орбитальным плоскостям присвоены номера 1, 2 и

3. НИСЗ ГЛОНАСС делает “точно” 17 оборотов вокруг Земли за восемь звездных суток. После восьми звездных суток спутник, таким образом, для наблюдателя вновь появится на том же самом месте. Возрастание порядкового номера орбитальной плоскости производится в направлении вращения Земли. Навигационным спутникам из первой орбитальной плоскости присвоены системные номера от 1 до 8, из второй орбитальной плоскости – от 9 до 16, а из третьей орбитальной плоскости – от 17 до 24. Системные номера НИСЗ в орбитальных плоскостях возрастают в направлении против движения НИСЗ [6].

**Таблица 1**

**Системные характеристики СРНС**

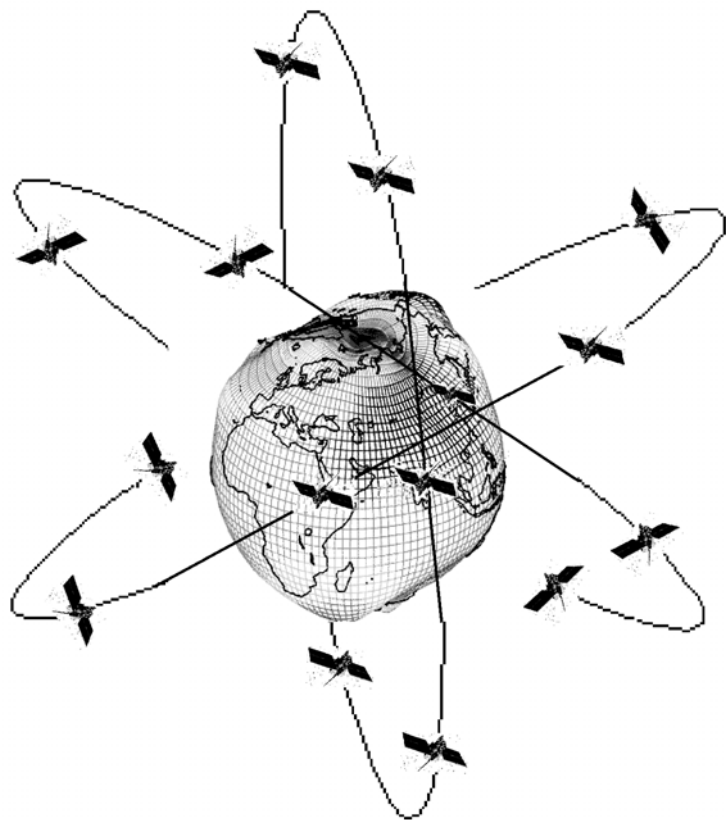
Параметр, способ	ГЛОНАСС	GPS
1	2	3
Число НИСЗ (резерв)	24(3)	24(3)
Число орбитальных плоскостей	3 (через 120°)	6 (через 60°)
Число НИСЗ в орбитальной плоскости	8 (через 45°)	4 (через 90°)
Тип орбит	круговая	круговая
Высота орбит, км	19100	20145
Наклонение орбит, град	64,8±0,3	55 (63)
Драконический период обращения НИСЗ	11ч 15 мин 44 с ±5 с	11ч 57 мин 58,3 с
Способ разделения сигналов НИСЗ	частотный	кодовый
Несущие частоты навигационных радиосигналов, МГц: L1, L2	1602,5627 – 1615,5 1246,4375 – 1256,5	1575,42 1227,60

**Продолжение таблицы 1**

1	2	3
Период повторения PRN кода (дальномерного кода или его сегмента)	1 мс	1 мс (C/A-код) 7 суток (P-код)
Тактовая частота PRN, МГц	0,511	1,023 (C/A-код) 10,23 (P.Y-код)
Скорость передачи цифровой информации (соответственно СИ- и D- код), бит/с.	50	50
Длительность суперкадра, мин	2,5	12,5
Число кадров в суперкадре	5	25
Число строк в кадре	15	5
Система отсчетов времени	UTC(SU)	UTC(US)
Система отсчета пространственных координат	ПЗ-90	WGS-84
Тип эфемерид	Геоцентрические координаты и их производные (скорости и ускорения)	Модифицированные кеплеровы элементы

Такая конфигурация созвездия НИСЗ позволяет обеспечить непрерывное и глобальное покрытие земной поверхности и околоземного пространства навигационным полем. Созвездие из 24 спутников гарантирует, что, по крайней мере, пять спутников будут видны одновременно с вероятностью 0,99 в любой точке Земли. Системные характеристики СРНС ГЛОНАСС и СРНС GPS представлены в *табл. 1* [7].

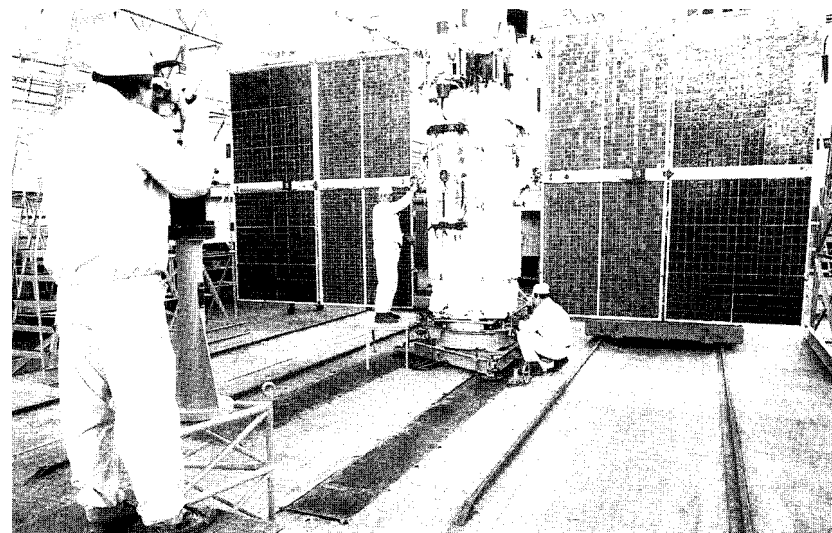
Геометрия созвездия НИСЗ (ГЛОНАСС) представлена на *рис.2*. В зоне радиовидимости потребителя в любой момент может находиться от 4 до 11 ИСЗ.



*Рис. 2. Геометрия созвездия НИСЗ ГЛОНАСС*

На борту НИСЗ находятся [7]: бортовой навигационный передатчик (БНП); бортовой хронизатор (БХ); управляющий комплекс (УК); системы ориентации (СО) и стабилизации, коррекции, электропитания; терморегулирования; бортовые средства заправки и обеспечения среды; элементы конструкции и кабельная сеть. Все спутники ГЛОНАСС оборудованы уголковыми отражателями для лазерных измерений (внешний вид НИСЗ ГЛОНАСС представлен на *рис. 3*) [16].

Все спутники передают навигационные сигналы на двух основных частотах на Землю для учёта ионосферной рефракции [7]. В системе GPS используется кодовое разделение каналов, и поэтому все космические аппараты излучают сигналы одной и той же несущей частоты [17]. В ГЛОНАСС применяется частотное разделение, и, как следствие, КА излучают на разных несущих частотах; для уменьшения занимаемого частотного диапазона спутники ГЛОНАСС, находящиеся в одной орбитальной плоскости, но по разные стороны Земли, и одновременно не видимые, могут работать на одних и тех же литерных частотах [6]. Навигационный



*Рис. 3. Внешний вид НИСЗ ГЛОНАСС*



Для каждого КА отношение частот в диапазонах L1 и L2 составляет 9:7 [6]. При работе НИСЗ "Ураган" (НИСЗ ГЛОНАСС) были отмечены помехи, создаваемые ими при проведении наземных радиоастрономических наблюдений в полосе частот 1610,6 – 1613,8 МГц. Кроме того, полоса частот 1610,6 – 1626,5 МГц распределена на первичной основе спутниковой службе распределения и службе мобильной космической связи при работе в направлении "Земля – борт", а полоса частот 1613,8 – 1626,5 МГц распределена службе мобильной космической связи в направлении "борт – Земля" на вторичной основе. В связи с этим, с сентября 1993 г. проводится поэтапное смещение и сокращение занимаемого системой диапазона частот [7]. При этом принцип частотного разделения навигационных радиосигналов сохраняется, но общее число частот будет сокращено до двенадцати. Чтобы исключить возможность возникновения помех внутри системы ГЛОНАСС, в модернизированной системе навигационные радиосигналы, излучаемые на одной и той же частоте, будут формироваться спутниками, находящимися в противоположных точках орбиты.

емный сегмент – *рис. 4*) состоит из Центра

- 1) проведение траекторных измерений для определения и

-



альманах и поправки к бортовой шкале времени каждого спутника и другие данные, необходимые для формирования навигационных кадров;

- 4) передача (закладка) массива служебной информации в память ЭВМ каждого спутника и контроль за его прохождением;
- 5) контроль по телеметрическим каналам за работой бортовых систем спутников и диагностика их состояния;
- 6) контроль информации в навигационных сообщениях спутника, прием сигнала вызова ПКУ;
- 7) управление полетом спутников и работой их бортовых систем путем выдачи на спутники временны'х программ и команд управления; контроль прохождения этих данных; контроль характеристик навигационного поля;
- 8) определение сдвига фазы дальномерного навигационного сигнала спутника по отношению к фазе сигнала центрального синхронизатора; планирование работы всех технических средств ПКУ, автоматизированная обработка и передача данных между элементами ПКУ.

В автоматизированном режиме решаются практически все основные задачи управления навигационной системой (НС) и контроля навигационного поля.

С использованием специального математического обеспечения в сетях ЭВМ решаются следующие задачи:

- 1) планирование работы ПКУ с НС и формирование программы работы для средств ЦУС и других элементов;
- 2) расчет баллистической информации для планирования и управления НС, а также командно - программной информации;
- 3) обработка телеметрической информации;
- 4) контроль навигационного поля; обработка траекторных измерений и прогнозирование пространственного положения НС и расхождение их шкал времени с временной шкалой системы.

### 1.2.3. Координатные системы

Движение НИСЗ происходит по законам небесной механики под действием инерции и гравитационных полей небесных тел и различных возмущающих факторов (солнечный ветер, магнитные поля и другие). Для описания такого движения используется геоцентрическая система координат OXYZ, связанная с Землёй. Геоцентрическая система координат СРНС ГЛОНАСС – параметры Земли 1990 года – ПЗ-90, а СРНС GPS – всемирная геодезическая система 1984 года – WGS-84. Передаваемые каждым НИСЗ системы ГЛОНАСС в составе оперативной информации эфемериды описывают положение фазового центра передающей антенны данного НИСЗ в геоцентрической системе координат ПЗ-90, определяемой следующим образом:

НАЧАЛО КООРДИНАТ расположено в центре масс Земли;

ОСЬ Z направлена на Условный полюс Земли, как определено в рекомендации Международной службы вращения Земли (IERS);

ОСЬ X направлена в точку пересечения плоскости экватора и нулевого меридиана, определенного Международным бюро времени (BIPM);

ОСЬ Y дополняет геоцентрическую прямоугольную систему координат до правой.

Геодезические координаты точки в системе координат ПЗ-90 относятся к эллипсоиду, значения большой полуоси и полярного сжатия которого даны в *табл. 3.2* [7]. Геоцентрическая система координат WGS-84 задаётся аналогичным образом. Различия между двумя системами координат обусловлены различиями в фундаментальных геодезических константах и параметрах общеземных эллипсоидов.

Фундаментальные геодезические константы и основные параметры общеземных эллипсоидов, принятые в системе координат ПЗ-90 и WGS-84, необходимые для вычисления координат студентами МИИТа приведены в *табл. 2*.

**Таблица 2**

**Геодезические константы и параметры общеземного эллипсоида ПЗ-90 и WGS-84**

Параметры	ПЗ-90	WGS-84
Угловая скорость вращения Земли, рад/с	$7,292115 \times 10^{-5}$	$7,2921151467 \times 10^{-5}$
Геоцентрическая константа гравитационного поля Земли с учетом атмосферы, $\text{м}^3/\text{с}^2$	$398600,44 \times 10^9$	$398600,5 \times 10^9$
Скорость света, м/с	299792458	299792458
Большая полуось эллипсоида, м	6378136,0	6378137,0
Коэффициент сжатия эллипсоида	1/298,257839 303	1/298,257223563

#### 1.2.4. Шкалы времени ГЛОНАСС и GPS

Шкалы времени каждого НИСЗ ГЛОНАСС периодически сверяются со шкалой времени ЦС. Поправки к шкале времени каждого НИСЗ относительно шкалы времени ЦС вычисляются в ПКУ ГЛОНАСС и дважды в сутки закладываются на борт каждого НИСЗ [6].

Ошибка сверки шкалы времени НИСЗ со шкалой времени ЦС не превышает 10 нс на момент проведения измерений [6].

Все НИСЗ ГЛОНАСС оснащены цезиевыми стандартами частоты, суточная нестабильность которых составляет  $5 \cdot 10^{-13}$ . Точность взаимной синхронизации бортовых шкал времени спутников составляет 20 нс.

Основой для формирования шкалы системного времени ГЛОНАСС является водородный стандарт частоты Центрального синхронизатора системы, суточная нестабильность которого составляет  $5 \cdot 10^{-14}$ . Расхождение между шкалой системного времени ГЛОНАСС и шкалой госэталоны координированного всемирного времени UTC(SU) не должна превышать 1 мс.

Ошибка привязки шкалы системного времени ГЛОНАСС к шкале UTC(SU) не должна превышать 1 мкс. Шкала системного времени ГЛОНАСС корректируется одновременно с плановой коррекцией на целое число секунд шкалы Координированного всемирного времени UTC + 3 часа. Коррекция шкалы UTC на величину  $\pm 1$ с проводится ВИН по рекомендации IERS. Госстандарт осуществляет метрологический мониторинг меток времени навигационных сигналов ГЛОНАСС. Коррекция шкалы UTC производится, как правило, с периодичностью 1 раз в год (в полтора года) в конце одного из кварталов: в 00 часов 00 минут 00 секунд в полночь с 31 декабря на 1 января (или с 31 марта на 1 апреля, с 30 июня на 1 июля, с 30 сентября на 1 октября) и осуществляется одновременно всеми пользователями, воспроизводящими или использующими шкалу UTC. Для обеспечения целостности навигационного сообщения ГЛОНАСС в момент проведения секундной коррекции на НИСЗ происходит уведомление о предстоящей секундной коррекции, её величине и знаке в навигационном сообщении. Это уведомление передаётся за 8 недель до коррекции [7].

#### 1.2.5. Параметры преобразования между ПЗ-90 и WGS-84

Для совместного использования двух СРНС ГЛОНАСС и GPS необходимо знать параметры преобразования между ПЗ-90 и WGS-84 в связи с тем, что геодезические константы и параметры эллипсоидов этих двух систем немного различаются. Но даже если бы геодезические константы и параметры эллипсоидов были идентичны, реализация систем координат двумя различными СРНС будет различна. По пунктам с известными координатами в ПЗ-90 и WGS-84 определяют набор параметров преобразования между двумя системами. Параметры преобразования за счёт поворота

относительно осей Z и Y и смещения начала координат приводят к соотношениям [7]:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{WGS-84} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,5 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -0,39'' & 0 \\ 0,39'' & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{ПЗ-90}, \quad (1.1)$$

Используя набор ГЛОНАСС спутниковых положений, определенных в ПЗ-90 и WGS-84, мы можем также установить параметры перехода от одной системы координат к другой [19]:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{WGS-84} = \begin{bmatrix} 1 & -0,33'' & 0 \\ 0,33'' & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{ПЗ-90}, \quad (1.2)$$

Смещение координат точки на земной поверхности в системах ПЗ-90 и WGS-84 относительно друг друга в среднем не превышает 5 метров [7].

### 1.2.6. Кадр навигационного сообщения НИСЗ ГЛОНАСС и GPS

**Навигационное сообщение СРНС ГЛОНАСС.** Информация навигационного сообщения ГЛОНАСС формируется в виде непрерывно следующих строк длительностью 2 с. В первой части каждой строки в течение 1,7 с передается информация навигационного сообщения. Во второй части каждой строки в течение 0,3 с передается двоичный код метки времени [6]. Кадр навигационного сообщения НИСЗ ГЛОНАСС представлен в табл. 3. Допустимый временной интервал использования –  $\pm 15$  минут.

**Таблица 3**

**Кадр навигационного сообщения НИСЗ ГЛОНАСС**

Слово	Диапазон измерений	Размерность	Комментарии
$t_k$	0, ... , 23 0, ... , 59 0,30	ч мин с	время излучения сигнала в пределах текущего дня
$t_b$	15, ... , 1425	мин	эфемеридное время
$\gamma_n(t_b)$	$\pm 2^{-30}$		коррекция частоты
$\tau_n(t_b)$	$\pm 2^{-9}$	с	коррекция часов НИСЗ
$x(t_b), y(t_b), z(t_b)$	$\pm 2,7 \cdot 10^4$	км	координаты НИСЗ в ПЗ-90
$Vx(t_b), Vy(t_b), Vz(t_b)$	$\pm 4,3$	км/с	вектор скорости НИСЗ
$ax(t_b), ay(t_b), az(t_b)$	$\pm 6,2 \cdot 10^{-9}$	км/с <sup>2</sup>	ускорения НИСЗ, вызванные Солнцем и Луной
$E_n$	0, ... , 31	день	возраст эфемеридной информации
$B_n$	0,1		индикатор «здоровья» НИСЗ

**Навигационное сообщение СРНС GPS.** В отличие от СРНС ГЛОНАСС эфемеридная информация НИСЗ GPS даётся в виде модифицированных кеплеровых элементов [14]. Допустимый временной интервал использования – 4 часа.

Кадр навигационного сообщения содержит [17]:

- A0, A1, A2, A3, B0, B1, B2, B3 – параметры ионосферы,
- a0, a1, t, w – параметры для вычисления времени в UTC,
- информацию о стабильности генератора частоты,

- порядковый номер НИСЗ,
- дату до 0,0 с,
- $a_0, a_1, a_2$  – параметры для определения поправки перехода от бортовой шкалы к системной,
- номер выпуска эфемеридных данных,
- $Crs$  – коррекцию радиус-вектора НИСЗ (м),
- $\Delta n$  – изменение среднего движения (рад),
- $M0$  – среднюю аномалию (рад),
- $Cuc$  – коррекцию аргумента широты (рад),
- $e$  – эксцентриситет орбиты,
- $Cus$  – коррекцию аргумента широты (рад),
- $a^{1/2}$  – корень из большой полуоси орбиты,
- $t_{oe}$  – опорное время (с),
- $Cic$  – коррекцию угла наклона орбиты (рад),
- $\Omega 0$  – долготу восходящего узла в  $0^h$  UTC в воскресенье каждой текущей недели,
- $Cis$  – коррекцию угла наклона орбиты (рад),
- $i0$  – наклон орбиты к плоскости экватора (рад),
- $Crc$  – коррекцию радиус-вектора НИСЗ (м),
- $\omega$  – расстояние перицентра от узла (рад),
- $\Omega^*$  – прецессию восходящего узла (рад/с),
- $\dot{i}$  – скорость изменения угла наклона орбиты к плоскости экватора (рад/с),
- код по каналу L2
- номер GPS недели,
- L2P – флаг данных
- $Sv$  – точность (м),
- $Sv$  «здоровье»
- TGD (с),
- IODC – выпуск данных бортового генератора,
- передачу временного сообщения (секунды GPS недели).

### 1.2.7. Навигационная аппаратура потребителей

Навигационная аппаратура потребителей (НАП) состоит из навигационных приемников, устройств обработки и антенны, предназначенных для приема навигационных сигналов спутников ГЛОНАСС и вычисления псевдодальностей до НИСЗ и времени [9]. Современные виды НАП являются многоканальными (от 8 до 24 каналов) аналого-цифровыми системами, сочетающими аналоговую и цифровую обработку сигналов. НАП системы СРНС ГЛОНАСС и GPS выполняют беззапросные измерения псевдодальностей с ошибкой не более 0,1 кодовой последовательности (0,1 – 0,3 м) и радиальной псевдоскорости до четырех и более спутников ГЛОНАСС/GPS, а также прием и обработку навигационных сообщений, содержащихся в составе спутниковых навигационных радиосигналов.

Основа типового варианта НАП [9] – два конструктивно отдельных блока: антенный блок (АБ) и приёмовычислитель (ПВ). В АБ совокупность сигналов НС, принятых антенной, предварительно усиливается и фильтруется во всей полосе несущих частот НС в предварительном усилителе (ПУ) с полосовым фильтром (ПФ). Конструктивно ПВ выполнен в виде блока, в котором расположены модули вторичных источников питания и платы приемокоррелятора, навигационного вычислителя (НВ) и интерфейсного устройства (ИУ). Вход ПВ через фидерную линию соединен с выходом АБ. В аналоговом приемнике (АП) сигналы усиливаются, фильтруются и переносятся с несущей частоты на промежуточную (понижение частоты). В аналого-цифровом преобразователе (АЦП) аналоговый сигнал преобразуется в цифровую форму. В корреляторе (КОР) в цифровой форме формируются отсчеты синфазных и квадратурных отсчетов, которые являются основой работы алгоритмов поиска сигналов по задержке и частоте, слежения за псевдодальностью, фазой сигнала и выделения навигационного сообщения.

НВ является цифровым процессором, в котором реализуется вычислительный процесс и управление работой приёмоиндикатора (ПИ). НВ удобно представить в виде сигнального процессора (СП), реализующего алгоритмы первичной обработки квадратурных

составляющих, и навигационного процессора (НП), реализующего алгоритмы низкочастотной обработки (первичной и вторичной).

ИУ предназначено для обеспечения взаимодействия ПИ с внешними устройствами такими, например, как пульт управления и индикации (ПУИ). Дополнительно в состав ИУ входят два усилителя (У), формирующие признак отказа ПИ и сигналы дискретного управления, а также 8-разрядный регистр, принимающий сигналы дискретного управления. Этот регистр доступен для чтения со стороны НВ.

### **1.3. Краткий обзор существующих методов определения координат потребителя посредством СРНС ГЛОНАСС/GPS**

В зависимости от типа решаемой задачи, требований к точности определения координат, аппаратуры потребителя, а также применяемых математических алгоритмов и программного обеспечения на настоящий момент, существуют различные методы определения координат посредством СРНС ГЛОНАСС/GPS. Рассмотрим их.

#### **1.3.1. Абсолютный метод**

По известным координатам минимум 4 НИСЗ и измеренным до них расстояниям потребитель вычисляет свои координаты ( $t$ ,  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ ) относительно центра эллипсоида ПЗ-90 или WGS-84 с точностью порядка 18 м в плане и 28 м по высоте (в 95% случаев по всему миру в любое время суток и независимо от метеоусловий).

#### **1.3.2. Метод дифференциальной коррекции**

Метод дифференциальной коррекции предполагает наличия как минимум двух навигационно-геодезических приёмников (НГП) в двух точках пространства на удалении до 200 км. При реализации метода дифференциальной коррекции координаты потребителя и опорного НГП получают абсолютным методом. По измеренным

псевдодальностям по коду до НИСЗ для одного и того же момента излучения радионавигационного сигнала потребитель определяет задержку получения радионавигационного сигнала относительно опорного НГП. Зная время распространения электромагнитного сигнала от НИСЗ между двумя приёмниками с ошибкой не более  $10^{-7}$  с, потребитель определяет приращение координат между собственным и опорным НГП с ошибкой не более 1 м. В основе метода дифференциальной коррекции лежит относительное постоянство значительной части ошибок передаваемого сигнала от НИСЗ «Ураган» или «Navstar» во времени и пространстве за ионосферу, тропосферу и эфемеридную информацию, в случае близкого расположения двух и более НГП относительно друг друга. Так как сигналы от НИСЗ «Ураган» или «Navstar», которые удалены от потребителя на расстояние более 19 000 километров, достигают этих НГП по очень близким траекториям.

Метод дифференциальной коррекции подразделяется на:

- *Дифференциальный режим с коррекцией координат.* Его принцип основан на вычислении ошибки полученных мгновенных координат опорного НГП в общеземной системе координат относительно точных координат опорного навигационно-геодезического приёмника в общеземной системе координат. С учётом ошибки определения мгновенного местоположения опорного НГП вносится коррекция либо в координаты потребителя, либо в измеренные НГП потребителя псевдодальности [10].

- *Дифференциальный режим с использованием относительных координат.* Используется в случае затруднения в точной геодезической привязке опорного НГП. В качестве точных координат используются мгновенные координаты, осреднённые за определённый период времени [10].

- *Дифференциальный режим с использованием псевдоспутника.* В местах, где невозможно наблюдение потребителем более 3-х работоспособных НИСЗ синхронно с опорным НГП, устанавливают устройство, имитирующее сигнал НИСЗ. Данное устройство называют псевдоспутником. Дифференциальный режим определения местоположения по НИСЗ и псевдоспутнику назван дифференциальным режимом с использованием псевдоспутника [10].

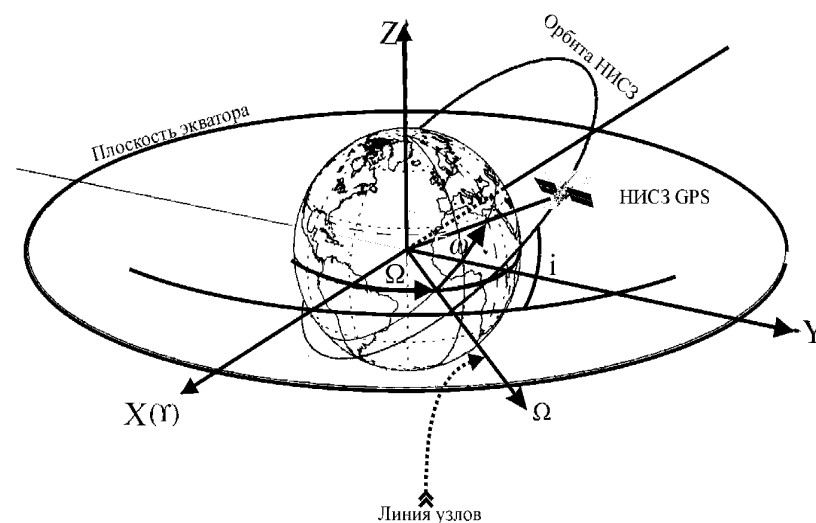
– *Относительные фазовые определения.* Данный режим наиболее сложен в математической реализации. Точность и дальность действия в плане для неподвижного потребителя, при реализации метода относительных фазовых определений, составляет 3 мм + ошибка в 1 мм на каждый километр. Метод основан на оценке фазовой задержки радионавигационного сигнала во времени от одного и того же НИСЗ относительно нескольких НГП с учётом их пространственного положения.

Для реализации режима в качестве исходных данных используют, помимо измеренных псевдодальностей по кодовой последовательности до НИСЗ, измеренную дробную часть поступающей фазы радионавигационного сигнала с ошибкой не более 3 мм. Измеренные дробные части поступающей фазы позволяют определять время распространения электромагнитного сигнала между двумя приёмниками с ошибкой не более  $10^{-9}$  с, что на два порядка точнее по сравнению с другими режимами метода дифференциальной коррекции.

## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ КООРДИНАТ НИСЗ НА МОМЕНТЫ ОБСЕРВАЦИИ

НИСЗ ГЛОНАСС/GPS не ретранслируют собственные координаты на каждый момент излучения электромагнитного сигнала. Поэтому для построения координатно-временного решения посредством СРНС, в первую очередь, необходимо на основании информации, содержащейся в кадре навигационного сообщения, получить координаты НИСЗ на моменты измерения псевдодальностей (обсервации).

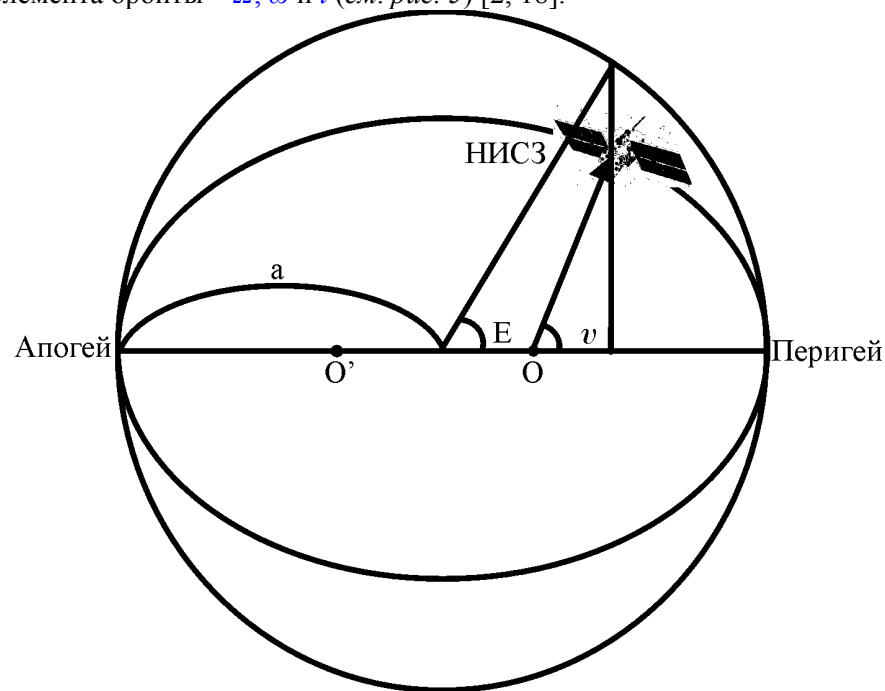
В первом приближении движение НИСЗ ГЛОНАСС/GPS происходит под действием сил инерции в гравитационном поле Земли. В соответствии с первым законом Кеплера в невозмущённом движении орбита НИСЗ есть кривая второго порядка, в одном из фокусов которой находится центр силы притяжения. Таким образом, орбита материальной точки в невозмущённом движении – это



**Рис. 5. Ориентация орбитальной плоскости НИСЗ**

некоторое коническое сечение, то есть окружность, эллипс, парабола или гипербола [8].

Наиболее эффективным способом представления орбитального движения НИСЗ ГЛОНАСС/GPS является представление в элементах орбиты (рис. 5, 6). Положение НИСЗ в пространстве характеризуется шестью элементами орбиты: большой полуосью орбиты –  $a$ , эксцентриситетом орбиты –  $e$ , долготой восходящего узла –  $\Omega$ , аргументом перигея –  $\omega$ , наклоном орбиты –  $i$  и средней аномалией в эпоху –  $M$  или истинною аномалией –  $v$ . Размер, форму и положение орбиты в пространстве задают три элемента орбиты –  $\Omega$ ,  $\omega$  и  $i$  (см. рис. 5) [2, 18].



**Рис. 6. Определение эксцентрической аномалии**

На рис. 5: линия узлов – линия пересечения орбитальной плоскости с плоскостью экватора; долгота восходящего узла –  $\Omega$

отсчитывается от точки весеннего равноденствия  $\Upsilon$  (знак созвездия Овна) до линии узлов. Угол наклона плоскости орбиты отсчитывается от плоскости экватора. Аргумент перигея отсчитывается от линии узлов до перигея орбиты НИСЗ.

На рис. 6: перигей – орбитальная точка, которой соответствует минимальное значение радиус-вектора НИСЗ; апогей – орбитальная точка, которой соответствует максимальное значение радиус-вектора НИСЗ.

Пять элементов орбиты  $a$ ,  $e$ ,  $\Omega$ ,  $\omega$  и  $i$  неизменны во времени и лишь шестой элемент  $M$  или  $v$  определяет местоположение НИСЗ на орбите в определённую эпоху (момент времени).

Истинная аномалия  $v$  (см. рис. 6) характеризует неравномерное для земного наблюдателя движение НИСЗ по эллиптической орбите, а средняя аномалия характеризует предполагаемое положение НИСЗ на круговой орбите, которое является равномерным для земного наблюдателя.

Средняя аномалия задаётся углом  $E$  (см. рис. 6), который называется эксцентрической аномалией [1, 18]:

$$M = E - e \cdot \sin(E) . \quad (2.1)$$

## 2.1. Вычисление элементов орбиты по начальным условиям

Пусть нам известны координаты и скорости НИСЗ в какой-либо общеземной системе координат:  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ . Необходимо вычислить элементы орбиты по начальным условиям.

Обозначим через  $h = \frac{-\mu}{a}$  постоянную энергии. Она

характеризует вид траектории НИСЗ. Если  $h < 0$  и  $a > 0$ , то НИСЗ находится внутри кривой второго порядка (в эллипсе); если  $h > 0$  и  $a < 0$ , то траектория НИСЗ представляет собой гиперболу; если  $h = 0$  и  $a \rightarrow \infty$ , то НИСЗ движется по параболе.



В первую очередь, вычисляем радиус-вектор НИСЗ

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}. \quad (2.2)$$

Далее получаем вектор скорости НИСЗ

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}. \quad (2.3)$$

Запишем постоянную энергии через радиус-вектор и вектор скорости НИСЗ

$$h = V^2 - \frac{2 \cdot \mu}{r}, \quad (2.4)$$

в небесной механике данное выражение носит название интеграл «Живых сил». Физический смысл интеграла живых сил заключается в том, что вдоль орбиты сумма кинетической и потенциальной энергии при движении тела в центральном поле остаётся величиной постоянной.

Запишем связь большой полуоси с постоянной энергии

$$a = -\frac{\mu}{h}. \quad (2.5)$$

В соответствии со вторым законом Кеплера в невозмущенном движении площадь, описываемая радиус-вектором движущейся точки, изменяется пропорционально времени, т.е. в равные времена радиус-вектор НИСЗ очерчивает равные площади, что можно записать в полярных координатах следующим образом:

$$C = r^2 \cdot V\varphi, \quad (2.6)$$

где  $V\varphi$  – угловая скорость,  $r \cdot V\varphi$  – секториальная скорость (величина постоянная),  $C$  – интеграл площадей.

Запишем проекции интеграла площадей на оси координат (рис. 7) [2]:

$$C1 = Y \cdot Vz - Z \cdot Vy, \quad (2.7)$$

$$C2 = Z \cdot Vx - X \cdot Vz, \quad (2.8)$$

$$C3 = X \cdot Vy - Y \cdot Vx, \quad (2.9)$$

$$C = \sqrt{C1^2 + C2^2 + C3^2}. \quad (2.10)$$

Интеграл площадей перпендикулярен плоскости орбиты и вектору Лапласа НИСЗ  $f$  (см. рис. 7). Вектор Лапласа  $f$  характеризует собой геометрию орбиты и зависит от постоянной энергии, интеграла площадей и эксцентриситета орбиты:

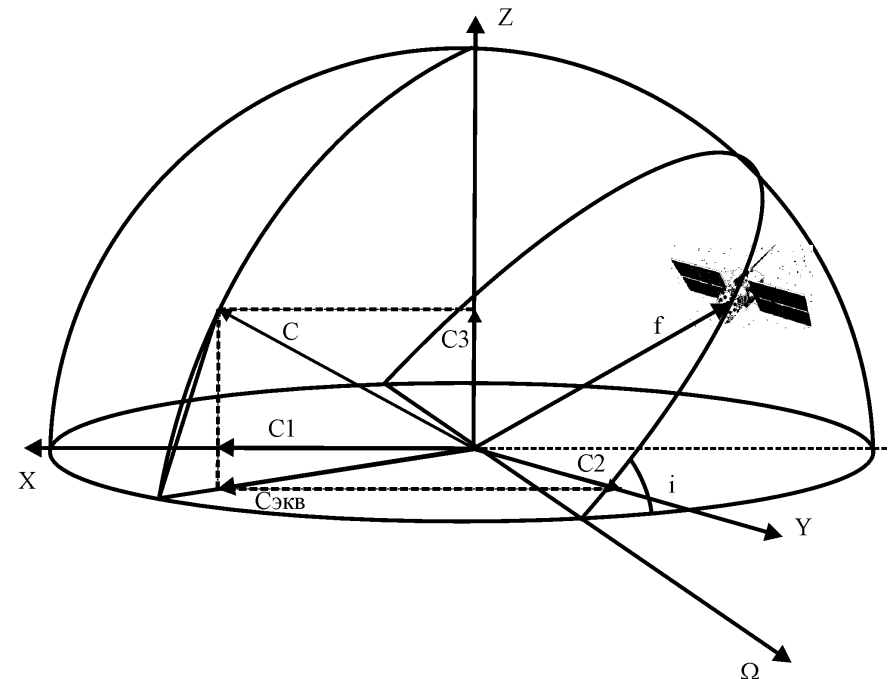


Рис. 7. Связь интеграла площадей с элементами орбиты

$$f^2 = \mu^2 + h \cdot C^2, \quad (2.11)$$

$$f = \mu \cdot e. \quad (2.12)$$

Проекции вектора Лапласа на оси координат называются постоянными Лапласа. Связь проекций интеграла площадей с постоянными Лапласа можно записать следующим образом:

$$f1 = -\frac{\mu \cdot X}{r} + C3 \cdot Vy - C2 \cdot Vz, \quad (2.13)$$

$$f2 = -\frac{\mu \cdot Y}{r} + C1 \cdot Vz - C3 \cdot Vx, \quad (2.14)$$

$$f3 = -\frac{\mu \cdot Z}{r} + C2 \cdot Vx - C1 \cdot Vy, \quad (2.15)$$

$$f = \sqrt{f1^2 + f2^2 + f3^2}. \quad (2.16)$$

Эксцентриситет орбиты находится на основании формулы 2.12:

$$e = \frac{f}{\mu}. \quad (2.17)$$

Наклон орбиты, долготу восходящего узла и аргумент перигентра получают на основании следующих соотношений (см. рис. 5, 7):

$$i = \arccos \left( \frac{C3}{C} \right), \quad (2.18)$$

$$\Omega = \arctg \left( -\frac{C1}{C2} \right), \quad (2.19)$$

$$\omega = \arctg \left( \frac{C \cdot f3}{C1 \cdot f2 - C2 \cdot f1} \right). \quad (2.20)$$

Пусть  $U$  – аргумент широты, тогда

$$U = v + \omega. \quad (2.21)$$

Аргумент широты находят на основании следующего соотношения:

$$U = \arctg \left( \frac{C \cdot Z}{C1 \cdot Y - C2 \cdot X} \right). \quad (2.22)$$

Выражение для истинной аномалии запишем в соответствии с (2.21):

$$v = U - \omega. \quad (2.23)$$

Связь между эксцентрической аномалией и истинной аномалией записывается на основании обратной формулы Бурте Чефола:

$$v - E = 2 \cdot \arctg \left( \frac{(\sqrt{1+e} - \sqrt{1-e}) \cdot \sin(v)}{\sqrt{1+e} + \sqrt{1-e} + (\sqrt{1+e} - \sqrt{1-e}) \cdot \cos(v)} \right). \quad (2.24)$$

Зная значение истинной аномалии (2.23) и связь эксцентрической аномалии с истинной аномалией (2.24), мы вправе записать:

$$E = v - \left( v - E \right). \quad (2.25)$$

Средняя аномалия в эпоху рассчитывается в последнюю очередь на основании выражения 2.1.

## 2.2. Вычисление координат НИСЗ на моменты обсервации по элементам орбиты для невозмущённого движения

Как было сказано выше, наиболее эффективным способом представления орбитального движения НИСЗ ГЛОНАСС/GPS является представление в элементах орбиты в силу того, что единственным изменяемым параметром при невозмущённом движении является средняя аномалия в эпоху –  $M$ . Обозначим в качестве начальной эпохи момент  $t_0$ , а в качестве эпохи, на которую необходимо получить прямоугольные координаты НИСЗ, –  $t$ . Тогда

средняя аномалия на любой момент излучения электромагнитного сигнала НИСЗ

$$M = M_0 + n \cdot (t - t_0), \quad (2.26)$$

где  $n$  – среднее движение НИСЗ или средняя угловая скорость НИСЗ по орбите

$$n = \frac{\sqrt{\mu}}{a \cdot \sqrt{a}}. \quad (2.27)$$

Методом последовательных приближений находят эксцентрическую аномалию:

$$E_{k+1} = M + e \cdot \sin(E_k). \quad (2.28)$$

В качестве начального приближения  $E_I$  берут среднюю аномалию, то есть  $E_I = M$ .

По формуле Бруте Чефола находят численное значение для  $v - E$ :

$$v - E = 2 \cdot \arctg \left( \frac{e \cdot \sin(E)}{1 + \sqrt{1 - e^2} - e \cdot \cos(E)} \right). \quad (2.29)$$

На основании соотношений (2.25) и (2.29) мы вправе записать:

$$v = E + (v - E). \quad (2.30)$$

Радиус-вектор НИСЗ на момент обсервации находим из следующего соотношения:

$$r = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos(v)}. \quad (2.31)$$

Пусть  $\cos(r, X) = \alpha$ ,  $\cos(r, Y) = \beta$ ,  $\cos(r, Z) = \gamma$ . Распишем через элементы орбиты  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ :

$$\alpha = \cos(U) \cdot \cos(\Omega) - \sin(U) \cdot \sin(\Omega) \cdot \cos(i), \quad (2.32)$$

$$\beta = \cos(U) \cdot \sin(\Omega) + \sin(U) \cdot \cos(\Omega) \cdot \cos(i), \quad (2.33)$$

$$\gamma = \sin(U) \cdot \sin(i), \quad (2.34)$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1. \quad (2.35)$$

Тогда:

$$X = r \cdot \alpha, \quad (2.36)$$

$$Y = r \cdot \beta, \quad (2.37)$$

$$Z = r \cdot \gamma. \quad (2.38)$$

Продифференцировав по времени выражения (2.36 – 2.38), получим формулы для проекций скорости НИСЗ на оси координат [2]:

$$V_X = \left( \frac{X}{r} \right) \cdot V_r + (-\sin(U) \cdot \cos(\Omega) - \cos(U) \cdot \sin(\Omega) \cdot \cos(i)) \cdot V_n, \quad (2.39)$$

$$V_Y = \left( \frac{Y}{r} \right) \cdot V_r + (-\sin(U) \cdot \sin(\Omega) + \cos(U) \cdot \cos(\Omega) \cdot \cos(i)) \cdot V_n, \quad (2.40)$$

$$V_Z = \left( \frac{Z}{r} \right) \cdot V_r + (\cos(U) \times \sin(\Omega) \cdot \cos(i)) \cdot V_n, \quad (2.41)$$

где  $V_r$  – радиальная скорость НИСЗ,  $V_n$  – трансверсальная скорость НИСЗ:

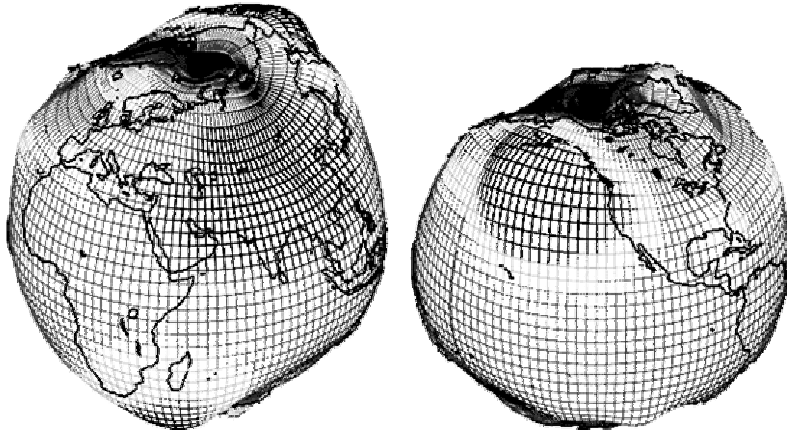
$$V_r = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot e \cdot \sin(v), \quad (2.42)$$

$$V_n = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot (1 + e \cdot \cos(v)), \quad (2.43)$$

где  $p$  – параметр орбиты, определяемый по формуле

$$p = a \cdot (1 - e^2). \quad (2.44)$$

Мы представили подробный алгоритм вычисления прямоугольных координат НИСЗ на моменты наблюдения для невозмущённого движения. Однако, НИСЗ движется не только под действием притяжения материальной точки. Земля не является шаром (рис. 8) и имеет неоднородное гравитационное поле, кроме того, на НИСЗ действуют возмущающие ускорения от гравитационного поля Луны, Солнца, Юпитера. НИСЗ находится под действием солнечного



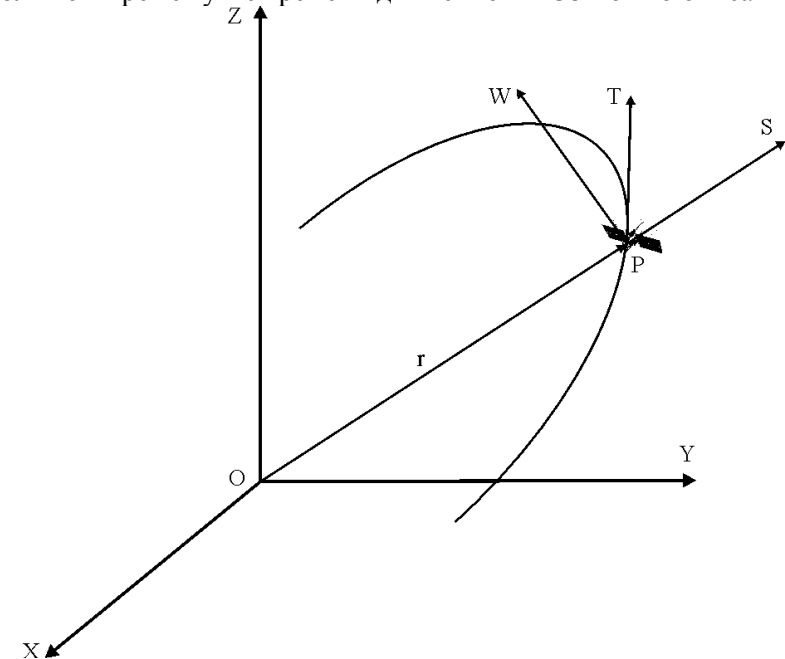
*Рис. 8. Геоид*

ветра, магнитного поля Земли и других возмущающих факторов [13]. В силу этого движение НИСЗ не является кеплеровым, то есть

шесть элементов орбиты непрерывно изменяются, являясь сложными функциями времени, поэтому орбиту НИСЗ только в первом приближении можно рассматривать как эллипс.

### 2.3. Вычисление координат НИСЗ на моменты наблюдения по элементам орбиты для возмущённого движения

Для прогнозирования пространственного положения НИСЗ на моменты наблюдения в космической геодезии используют мгновенные элементы орбиты, которые задают так называемую оскулирующую орбиту. Оскуляция – целующая, касающаяся (перевод с арабского). Оскулирующая орбита – орбита, которая в какой-то момент времени совпадает с кеплеровой орбитой и на небольшом промежутке времени движение НИСЗ можно описать



*Рис. 9. Система координат НИСЗ*

кеплеровыми элементами орбиты с учётом возмущений. Введение оскулирующих элементов наиболее эффективно, когда возмущающие ускорения малы по сравнению с ускорением, создаваемым постоянной центральной силой, и наиболее удобно для аналитического учёта возмущающих ускорений. Введём систему координат в центре масс НИСЗ (рис. 9). Ось  $PS$  направим по радиус-вектору  $r$  НИСЗ, ось  $PT$  выберем в плоскости оскулирующей орбиты перпендикулярно  $PS$  так, чтобы при совмещении  $PS$  с осью  $OX$  ось  $PT$  совмещалась с осью  $OY$ . Ось  $PW$  дополняет систему  $PSTW$  до правой прямоугольной системы координат [2].

Дифференциальное уравнение возмущенного движения НИСЗ в векторной форме может быть представлено в виде суммы ускорений, обусловленных влиянием гравитационного поля Земли, Луны, Солнца, Юпитера, тормозящего ускорения атмосферы, солнечного ветра и магнитного поля. Обозначим общую возмущающую (пертурбационную) функцию от возмущающих ускорений через  $F$ . Спроецируем возмущающие ускорения от пертурбационной функции  $F$ , действующие на НИСЗ, на оси координат системы  $PSTW$  и запишем дифференциальные уравнения движения НИСЗ по оскулирующей орбите [2, 15]:

$$\begin{aligned}\Omega &= \Omega_0 + \delta\Omega \cdot (t - t_0), & a &= a_0 + \delta a \cdot (t - t_0), \\ i &= i_0 + \delta i \cdot (t - t_0), & e &= e_0 + \delta e \cdot (t - t_0), \\ M &= M_0 + \delta M \cdot (t - t_0), & \omega &= \omega_0 + \delta\omega \cdot (t - t_0).\end{aligned}\quad (2.45)$$

$$\begin{aligned}\delta a &= \frac{6 \cdot b \cdot \sqrt{1 - e^2}}{n \cdot a^4} \cdot \left\{ \begin{aligned} &\frac{-e}{(1 - e^2)} \cdot \frac{a^4}{r^4} \cdot \sin(v) \times \\ &\left[ \frac{3}{2} \sin^2(i) \times \right. \\ &\quad \left. \times (1 - \cos(2 \cdot U)) - 1 \right] + \\ &\quad \left. + \frac{a^5}{r^5} \cdot \left[ \sin^2(i) \sin(2 \cdot U) \right] \right\}, \quad (2.46) \\ \delta e &= \frac{3 \cdot b \cdot \sqrt{(1 - e^2)^3}}{n \cdot a^5 \cdot e} \cdot \left\{ \begin{aligned} &\frac{-e}{(1 - e^2)} \cdot \frac{a^4}{r^4} \cdot \sin(v) \times \\ &\left[ \frac{3}{2} \cdot \sin^2(i) \cdot (1 - \cos(2 \cdot U)) - 1 \right] + \\ &\quad + \frac{a^5}{r^5} \cdot \left[ \sin^2(i) \cdot \sin(2 \cdot U) \right] \end{aligned} \right\}, \\ \delta\omega &= \frac{3 \cdot b \cdot \sqrt{1 - e^2}}{n \cdot a^5 \cdot e} \cdot \left\{ \begin{aligned} &\frac{a^4}{r^4} \cdot \cos(v) \cdot \left[ \frac{3}{2} \cdot \sin^2(i) \times \right. \\ &\quad \left. \times (1 - \cos(2 \cdot U)) - 1 \right] + \\ &\quad + \frac{a^3}{r^3} \cdot \left[ \sin^2(i) \cdot \sin(2 \cdot U) \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{2 + e \cdot \cos v}{1 - e^2} \sin v \right] \end{aligned} \right\} - \\ &\quad - \frac{3 \cdot b}{n \cdot a^5 \cdot \sqrt{1 - e^2}} \cdot \frac{a^3}{r^3} \cdot \left[ \cos^2 i \cdot (1 - \cos 2 \cdot U) \right], \end{aligned}$$

$$\delta i = \frac{3 \cdot b}{n \cdot a^5 \cdot \sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{a^3}{r^3} \cdot \sin(2 \cdot i) \cdot \sin(2 \cdot U), \quad (2.47)$$

$$\delta \Omega = \frac{3 \cdot b}{n \cdot a^5 \cdot \sqrt{1-e^2}} \cdot \frac{a^3}{r^3} \left[ \cos(i) \cdot (1 - \cos 2 \cdot U) \right],$$

$$\delta M = n + \frac{6 \cdot b}{n \cdot a^5} \cdot \left\{ \frac{a^3}{r^3} \cdot \left[ \frac{3}{2} \cdot \sin^2(i) \cdot (1 - \cos(2 \cdot U)) - 1 \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{3 \cdot b \cdot (1-e^2)}{n \cdot a^5 \cdot e} \cdot \left\{ \frac{a^4}{r^4} \cdot \cos(v) \cdot \left[ \frac{3}{2} \cdot \sin^2(i) \cdot (1 - \cos 2 \cdot U) - 1 \right] + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{a^3}{r^3} \cdot \left[ \sin^2(i) \cdot \sin(2 \cdot U) \cdot \frac{2 + e \cdot \cos v}{1 - e^2} \cdot \sin v \right] \right\} \right\}.$$

$$U = v + \omega, \quad (2.48)$$

$$r = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos(v)}. \quad (2.49)$$

Здесь  $b$  – коэффициент учёта возмущающего ускорения обусловленного влиянием гравитационного поля Земли, Луны, Солнца, Юпитера, тормозящего ускорения атмосферы, солнечного ветра и магнитного поля. Для кратковременных прогнозов положения НИСЗ на моменты обсервации (где ошибка определения координат НИСЗ не превышает 20 м) необходимо учитывать только аномальное гравитационное поле Земли.

**Учёт аномального гравитационного поля Земли.** Обычно пертурбационную функцию представляют в виде разложения геопотенциала по сферическим функциям геоцентрических координат [3, 11]:

$$F = \frac{\mu}{r} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a_e}{r} \right)^n \cdot \left[ \begin{aligned} & (C_{n,m} \cdot \cos(m \cdot \lambda) + \\ & + S_{n,m} \cdot \sin(m \cdot \lambda)) \cdot P(\sin \varphi)_{n,m} \end{aligned} \right], \quad (2.50)$$

где:  $a_e$  – экваториальный радиус Земли,  
 $r, \varphi, \lambda$  – геоцентрический радиус-вектор, геоцентрическая широта и долгота НИСЗ,

$C_{n,m}$  и  $S_{n,m}$  – безразмерные коэффициенты, которые часто называют гармоническими или стоксовыми постоянными, получают экспериментальным путём и приводят в таблицах нормализованных гравитационных коэффициентов различных моделей гравитационного поля Земли (например JGM - 3, EGM - 96, GEM - T3 и др.),

$P(\sin \varphi)_{n,m}$  – присоединенные функции Лежандра.

Присоединенные функции Лежандра относятся к классу сферических функций и возникают при некоторых частных решениях уравнения Лапласа [3]:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} + \frac{d^2 V}{dy^2} + \frac{d^2 V}{dz^2} = 0, \quad (2.51)$$

где  $x, y, z$  – независимые переменные, а  $V = v(x, y, z)$  – искомая функция. Это уравнение названо по имени П. Лапласа, рассмотревшего его в работах по теории тяготения (1782 г.).

Присоединенные функции Лежандра определяются выражением:

$$P(\sin \varphi)_{n,m} = (1 - (\sin \varphi)^2)^{\frac{n}{m}} \cdot \frac{d^m P(\sin \varphi)_{n,0}}{d(\sin \varphi)^m}. \quad (2.52)$$

Функция  $P(\sin \varphi)_{n,0}$  представляет собой полиномы Лежандра, которые, в свою очередь, определяются на основании формулы Родрига [11]:

$$P(\sin \varphi)_{n,0} = \frac{1}{2^n \cdot n!} \cdot \frac{d^n ((\sin \varphi)^2 - 1)^n}{d(\sin \varphi)^n}. \quad (2.53)$$

Для полиномов Лежандра  $P(\sin \varphi)_{n,0}$  справедливо рекуррентное соотношение:

$$P(\sin \varphi)_{n+1,0} = \frac{2n+1}{n+1} \cdot (\sin \varphi) \cdot P(\sin \varphi)_{n,0} - \frac{n}{n+1} \cdot P(\sin \varphi)_{0,n-1}, \quad (2.54)$$

а для вычисления присоединенных функций Лежандра  $P(\sin \varphi)_{n,m}$  служит рекуррентное соотношение:

$$\begin{aligned} (2 \cdot n + 1) \cdot \left( \sin \varphi \right) \cdot P(\sin \varphi)_{n,m} = \\ = (n - m + 1) \cdot P(\sin \varphi)_{n+1,m} + (n + m) \cdot P(\sin \varphi)_{n-1,m}, \end{aligned} \quad (2.55)$$

Сферические функции подразделяются на зональные, секторальные и тессеральные в зависимости от линий на сфере, которыми разграничены значения гармоник с различными знаками:

1. Полиномы  $P(\sin \varphi)_{n,0}$  обращаются в нуль на параллелях, симметричных относительно экватора, при этом поверхность сферы разбивается на зоны (кольца), при переходе от зоны к зоне знаки полиномов чередуются. Поэтому гармоники с  $P(\sin \varphi)_{n,0}$  называются зональными (рис. 10) [12].

2. Члены разложения  $P(\sin \varphi)_{n,n} \cdot \cos(n \cdot \lambda)$  и  $P(\sin \varphi)_{n,n} \cdot \sin(n \cdot \lambda)$



Рис. 10. Зональная гармоника  $P(\sin \varphi)_{8,0}$

обращаются в нуль на меридианах сферы, имеющих долготы, при которых  $\cos(n \cdot \lambda) = 0$  и  $\sin(n \cdot \lambda) = 0$ . Этими меридианами сфера разбивается на двугольники, при переходе через границы которых

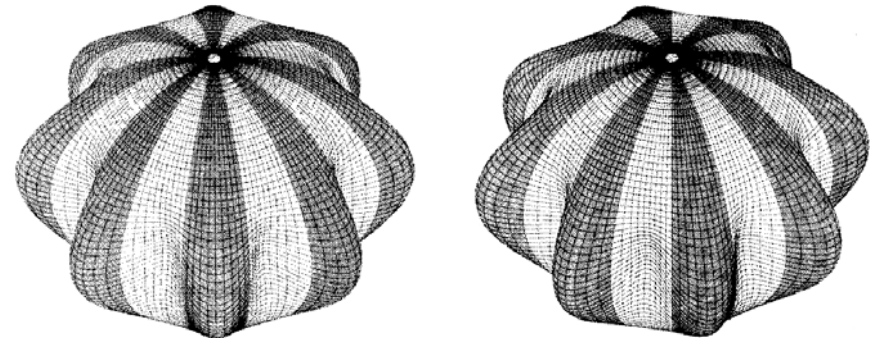


Рис. 11. Секторальные гармоники  $P(\sin \varphi)_{8,8} \cdot \cos(8 \cdot \lambda)$  и  $P(\sin \varphi)_{8,8} \cdot \sin(8 \cdot \lambda)$

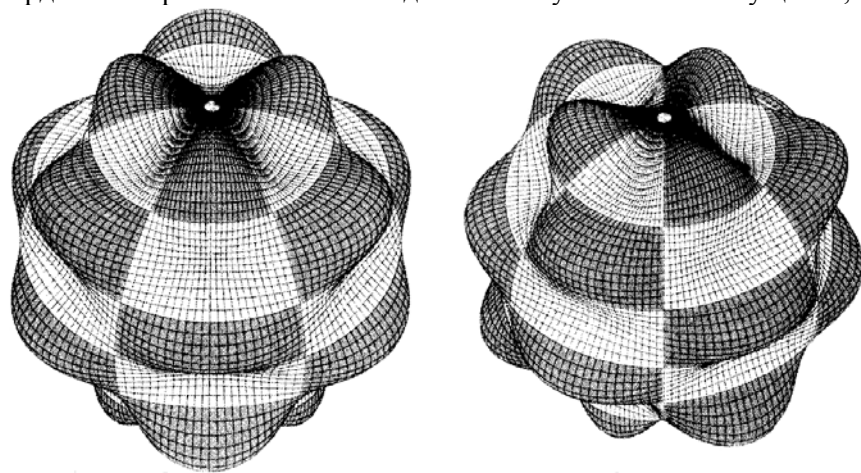
меняется знак гармоники. Такие члены разложения называются секториальными (рис. 11) [12].

3. Все остальные члены разложения сохраняют знак в пределах сферических трапеций, образованных меридианами и параллелями, на которых они обращаются в нуль. Эти члены разложения называются тессеральными гармониками (рис. 12) [12].



Посредством комбинации гармонических коэффициентов моделируют гравитационное поле Земли (рис. 13)[12].

Для прогнозирования движения НИСЗ в задачах определения координат потребителя по СРНС достаточно учитывать возмущение,



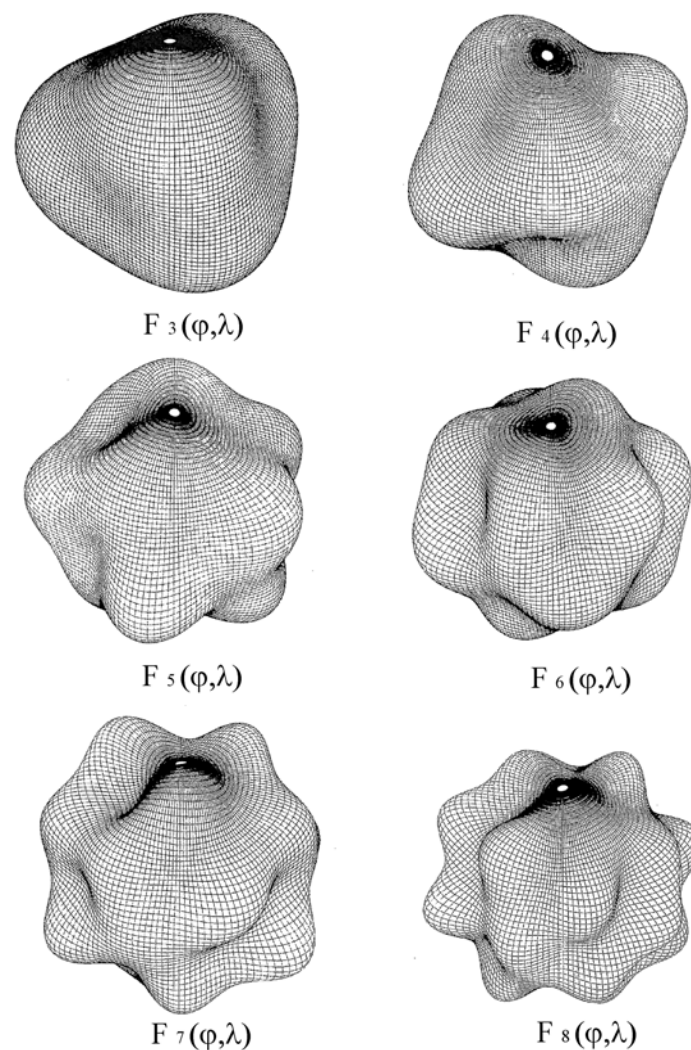
**Рис. 12. Тессеральные гармоники  $P(\sin \varphi)_{8,3} \cos(8\lambda)$  и  $P(\sin \varphi)_{8,3} \sin(8\lambda)$**

вызванное только второй зональной гармоникой геопотенциала, которая имеет следующую силовую функцию (рис. 14) [2]:

$$\Delta F = -J_2 \cdot \frac{\mu \cdot a_e^2}{r^3} \cdot \left[ \frac{3}{2} \cdot (\sin \varphi)^2 - \frac{1}{2} \right], \quad (2.56)$$

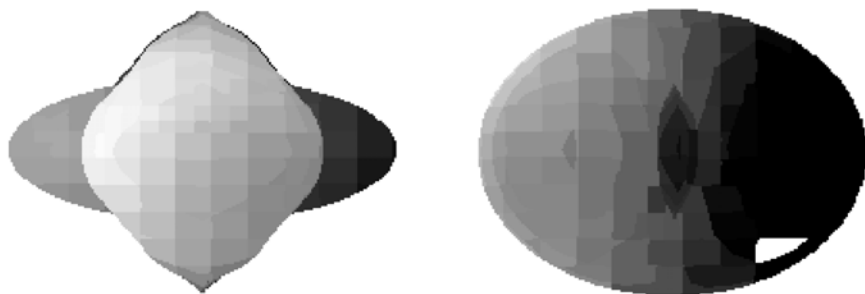
где  $J_2 = -C_{2,0}$  [11].  $J_2 = 1.08262678941308 \cdot 10^{-3}$  [Модель OSU81]. Коэффициент  $J_2$  характеризует экваториальное сжатие Земли и на три порядка превышает остальные члены разложения геопотенциала в ряд по сферическим функциям. Коэффициент учёта возмущающего ускорения за счёт второй зональной гармоники разложения геопотенциала Земли по сферическим функциям для выражений (2.46 – 2.47) можем записать так [15]:

$$b = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \mu \cdot a_e^2 \cdot \bar{C}_{2,0}. \quad (2.57)$$



**Рис. 13. Моделирование пертурбационной функции аномального гравитационного поля Земли посредством гармонических коэффициентов**

Итак, мы получили свод формул необходимый для вычисления координат НИСЗ ГЛОНАСС на моменты наблюдения на интервале  $\pm 15$  мин. Для вычисления координат НИСЗ ГЛОНАСС на моменты наблюдений для более длительных периодов следует воспользоваться алгоритмом расчёта координат и составляющих векторов скорости НИСЗ по данным альманаха системы ГЛОНАСС приведённым в [6]. В силу того, что проекции возмущающих ускорений на оси системы  $PSTW$  в СРНС GPS передаются в кадре навигационного сообщения, то в их вычислении нет необходимости. Поэтому координаты НИСЗ GPS вычисляются по алгоритму, приведённому в информационно контрольном документе ICD GPS 200. Приведём данный алгоритм в главе 3.



**Рис. 14. Моделирование пертурбационной функции от второй зональной гармоники геопотенциала**

### 3. АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ КООРДИНАТ НИСЗ GPS НА МОМЕНТЫ ОБСЕРВАЦИИ

С целью получения координат НИСЗ GPS на моменты измерения псевдодальности воспользуемся алгоритмом, представленным в [1, 14, 17, 18].

1. Определяем поправку для перехода от бортовой шкалы измерения времени к системной шкале:

$$\Delta t_s = A0 + A1 \cdot (T_s - t_{oc}) + A2 \cdot (T_s - t_{oc})^2 + \Delta t_r, \quad (3.1)$$

где:

$A0, A1, A2$  – коэффициенты полинома по расчёту поправки для перехода от бортовой шкалы измерения времени к системной шкале (для каждого НИСЗ разные),

$T_s$  – время в UTC, на которое производим вычисление координат НИСЗ. Для получения координат НИСЗ каждую секунду к  $T_s$  необходимо на каждом новом шаге прибавлять одну секунду.

$\Delta t_r$  – поправка за релятивистский эффект, вычисляем в пункте 5 настоящего алгоритма.

2. Получаем время излучения метки времени по системной шкале:

$$tk = T_s - \Delta t_s - t_{oc}, \quad (3.2)$$

если  $tk > 302400$  с, то истинное  $tk = tk - 604800$  с, если  $tk < 302400$  с, то истинное  $tk = tk + 604800$ .

3. Вычисляем среднюю аномалию НИСЗ на момент излучения метки времени (средняя аномалия эпохи  $tk$ ):

$$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} + \Delta n, \quad (3.3)$$

где  $n_0$  – среднее движение НИСЗ или средняя угловая скорость НИСЗ;  $\mu$  – гравитационная постоянная для WGS-84;  $a$  – большая полуось орбиты НИСЗ GPS;  $\Delta n$  – изменение среднего движения НИСЗ, передаётся в кадре навигационного сообщения.

Далее

$$M = M_0 + n \cdot tk, \quad (3.4)$$

где  $M_0$  – средняя аномалия НИСЗ, передаётся в кадре навигационного сообщения.

Средняя аномалия  $M$  эпохи  $tk$  – это угол между линией апсид и направлением на предполагаемое положение НИСЗ на орбите, в котором он находился бы при равномерном движении.

4. Решаем уравнение Кеплера итерациями для расчёта эксцентрической аномалии НИСЗ:

$$E_0 = M + \left(e - \frac{e^3}{8}\right) \cdot \sin(M) + \frac{e^2 \cdot \sin(2 \cdot M)}{2} + \frac{3 \cdot e^3}{8} \cdot \sin(3 \cdot M), \quad (3.5)$$

где  $E_0$  – начальное приближение эксцентрической аномалии,  $e$  – эксцентриситет орбиты НИСЗ.

$$E_{j+1} = E_j + \frac{\left(e \cdot \sin(E_j) + M - E_j\right)}{\left(1 - e \cdot \sin(E_j)\right)}, \quad (3.6)$$

где  $j$  – номер итерации.

Процесс продолжаем до тех пор, пока  $|E_{j+1} - E_j| < 1 \cdot 10^{-7}$ .

Критерием истинности значения полученной эксцентрической аномалии является вычисленное значение средней аномалии  $M$  эпохи  $tk$  по полученному значению:

$$M = E - e \cdot \sin(E). \quad (3.7)$$

Полученное значение средней аномалии  $M$  эпохи  $tk$  должно быть равно значению из пункта 3 данного алгоритма.

5. Вычисляем член за релятивистский эффект в уравнение поправки перехода от бортовой шкалы измерения времени к системной шкале:

$$\Delta tr = \left( \frac{-2\sqrt{\mu} \cdot e \cdot \sqrt{a} \cdot \sin(E)}{c^2} \right). \quad (3.8)$$

После вычисления  $\Delta tr$  повторяем все вычисления, начиная с пункта 1, вплоть до пункта 5.

6. Производим расчёт истинной аномалии НИСЗ на момент излучения временной метки по системной шкале:

$$\cos(v) = \frac{\cos(E) - e}{1 - e \cdot \cos(E)}, \quad (3.9)$$

$$\sin(v) = \frac{\sqrt{1 - e^2} \cdot \sin(E)}{1 - e \cdot \cos(E)}. \quad (3.10)$$

Далее с учётом знака  $\sin$  и  $\cos$  определяем номер четверти угла  $v$ . И с учётом номера четверти для нахождения  $v$  вычисляем либо  $\arcsin(v)$ , либо  $\arccos(v)$ .

7. Вычисляем предварительный аргумент широты:

$$U' = v + \omega, \quad (3.11)$$

где  $\omega$  – аргумент перигея, передаётся в кадре навигационного сообщения НИСЗ GPS.

Аргумент перигея – это угол между направлением между направлением восходящего узла орбиты и направлением перигея.

8. Вычисляем исправленный аргумент широты за счёт гравитационного возмущения орбиты НИСЗ:

$$U = U' + C_{uc} \cdot \cos(2 \cdot U') + C_{us} \cdot \sin(2 \cdot U'), \quad (3.12)$$

где  $Cuc$ ,  $Cus$  – коэффициенты коррекции аргумента широты, передаваемые в кадре навигационного сообщения НИСЗ GPS.

9. Вычисляем радиус-вектор НИСЗ GPS на момент излучения метки времени по системной шкале:

$$r = a \cdot \left( 1 - e \cdot \cos(E) \right) + Crc \cdot \cos(2 \cdot U) + Crs \cdot \sin(2 \cdot U), \quad (3.13)$$

где  $Crc$ ,  $Crs$  – коэффициенты коррекции радиус-вектора НИСЗ, передаются в кадре навигационного сообщения НИСЗ GPS.

10. Вычисляем наклон возмущённой плоскости орбиты к плоскости экватора:

$$i = i_0 + Vi \cdot tk + Cic \cdot \cos(2 \cdot U) + Cis \cdot \sin(2 \cdot U), \quad (3.14)$$

где  $i_0$  – наклон орбиты к плоскости экватора, передаваемый в кадре навигационного сообщения НИСЗ GPS;  $Vi$  – скорость изменения наклона орбиты, передаваемая в кадре навигационного сообщения НИСЗ GPS;  $Cic$ ,  $Cis$  – коэффициенты коррекции угла наклона орбиты НИСЗ, передаваемые в кадре навигационного сообщения НИСЗ GPS.

11. Вычисляем координаты НИСЗ в плоскости орбиты:

$$X' = r \cdot \cos(U), \quad (3.15)$$

$$Y' = r \cdot \sin(U), \quad (3.16)$$

12. Вычисляем долготу восходящего узла орбиты НИСЗ:

$$\lambda = \Omega + \left( V\Omega - \Omega e \right) \cdot tk - \Omega e \cdot t_{oc}, \quad (3.17)$$

где  $\Omega$  – восходящий узел орбиты, передаваемый в кадре навигационного сообщения НИСЗ GPS;  $\Omega e$  – угловая скорость вращения Земли;  $V\Omega$  – прецессия восходящего узла орбиты НИСЗ, передаваемая в кадре навигационного сообщения НИСЗ GPS.

13. Вычисляем матрицу орбита – геодезия:

$$Mor\_g = \begin{pmatrix} \cos(\lambda) & -\sin(\lambda) & 0 \\ \sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & -\sin(i) \\ 0 & \sin(i) & \cos(i) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos(u) & -\sin(u) & 0 \\ \sin(u) & \cos(u) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

14. Вычисляем прямоугольные координаты НИСЗ GPS на момент  $tk$  без учёта времени распространения сигнала до потребителя:

$$rs = Mor\_g \cdot \begin{pmatrix} r \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

где элементы матрицы  $rs$  представляют собой соответственно:

$$rs_1 = X, \quad rs_2 = Y, \quad rs_3 = Z.$$

15. Вычисляем прямоугольные координаты НИСЗ GPS на момент  $tk$  с учётом времени распространения сигнала от НИСЗ до потребителя (вычисления для НИСЗ ГЛОНАСС аналогичны):

$$\tau = \frac{D}{c}, \quad (3.20)$$

где  $\tau$  – время распространения сигнала от НИСЗ до потребителя,  $D$  – измеренная псевдодальность НИСЗ – потребитель.

$$M\tau = \begin{pmatrix} \cos(\Omega e \cdot \tau) & -\sin(\Omega e \cdot \tau) & 0 \\ \sin(\Omega e \cdot \tau) & \cos(\Omega e \cdot \tau) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.21)$$

$$R_s = M\tau \cdot r_s, \quad (3.22)$$

где элементы матрицы  $r_s$  представляют собой соответственно:  $R_{s_1} = X$ ,  $R_{s_2} = Y$ ,  $R_{s_3} = Z$  с учётом времени распространения сигнала до потребителя.

Для совместного использования двух СРНС ГЛОНАСС/GPS вычисление координат НИСЗ необходимо производить в одной из общеземных систем координат в ПЗ-90 или WGS-84.

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

ГЛОНАСС	– Глобальная навигационная спутниковая система
ИСЗ	– Искусственный спутник Земли
КА	– Космический аппарат
НГП	– Навигационно-геодезический приёмник
НИСЗ	– Навигационный искусственный спутник Земли
ПЗ-90	– Параметры Земли 1990 <sup>го</sup> г.
СРНС	– Спутниковая радионавигационная система
GPS	– (Global Positioning System) – Система глобального определения местоположения
WGS-84	– (World Geodetic System 1984) – Всемирная геодезическая система 1984 <sup>го</sup> года

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алексашин Е. П.* Лекции по дисциплине космическая навигация. – М.: МИИГАиК, 1996 – 1997.
2. *Брандин В. М., Разорёнов Г. Н.* Определение траекторий космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1978.
3. *Бурша М.* Основы космической геодезии. В 2-х ч. Пер. с чеш. / Под ред. М. У. Сагитова. – М.: Недра, 1975.
4. *Владимиров А.* В полете – тройка «Ураганов» // Новости космонавтики. – 1999. – №№ 2, 3.
5. *Глобальная Спутниковая Радионавигационная Система ГЛОНАСС / Волков Н. М., Иванов Н.Е., Салищев В.А., Тюбалин В.В.* // Успехи современной радиоэлектроники. – 1997. – № 1.
6. *ГЛОНАСС – «Интерфейсный контрольный документ»:* редакция четвёртая. – М.: Координационный научно-информационный центр ВКС, 1998.
7. *Глобальная Спутниковая Радионавигационная Система ГЛОНАСС /* Под ред. В. Н. Харисова, В. А. Болдина, А. И. Перова. – М.: ИПРЖ, 1999.
8. *Крылов В. И., Плахов Ю. В., Яшкин С.Н.* Лекции по дисциплине «Небесная механика». – М.: МИИГАиК, 1995 – 1996.
9. *Радиотехнические системы /* Под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Высшая школа, 1990.
10. *Соловьёв Ю. А.* Системы спутниковой навигации. – М.: Эко-Трендз, 2000.
11. *Урмаев М.С.* Орбитальные методы космической геодезии. – М.: Недра, 1981.
12. *Berroth A., Hofmann W.* Kosmische Geodäsie. – Karlsruhe.: Braun, 1960.
13. *Deutsches Geodätisches Forschungsinstitute /* <http://dgfi2.dgfi.badw-muenchen.de/dgfi/WWW/welcome.html>
14. *Global Positioning System: Theory and Applications, Volume I, Progress in Astronautics and Aeronautics, Volume 163 /* Edited by Bradford W. Parkinson and James J. Spilker Jr. – Published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
15. *Xu. G.* GPS – Theory, Algorithms and Applications. – Berlin: Springer – Verlag, 2003.
16. *Harvey B.,* Russia in space. – Berlin: Springer – Verlag, 2001.

17. *Navstar GPS Space Segment / Navigation User Interfaces ICD–GPS–200 Revision C.:* – ARINC RESEARCH CORPORATION, 1999.

18. *Montenbruck O., Gill E.,* Satellite orbits – Models, Methods, and Applications. – Berlin: Springer – Verlag, 2000.

19. *Rossbach U., Habrich H., Zarraoa N.* Transformation Parameters Between WGS-84 and PZ-90 / *Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, ION GPS-96.* – Kansas City, Missouri, 1996.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Глава 1. Сетевые спутниковые радионавигационные системы второго поколения ГЛОНАСС/GPS .....</b>	<b>3</b>
1.1. Общие исторические сведения .....	3
1.2. Описание СРНС второго поколения .....	6
1.2.1. Подсистема космических аппаратов .....	7
1.2.2. Подсистема контроля и управления .....	13
1.2.3. Координатные системы .....	15
1.2.4. Шкалы времени ГЛОНАСС и GPS .....	16
1.2.5. Параметры преобразования между ПЗ-90 и WGS-84 .....	17
1.2.6. Кадр навигационного сообщения НИСЗ ГЛОНАСС и GPS .....	18
1.2.7. Навигационная аппаратура потребителей .....	21
1.3. Краткий обзор существующих методов определения координат потребителя посредством СРНС ГЛОНАСС/GPS .....	22
1.3.1. Абсолютный метод .....	22
1.3.2. Метод дифференциальной коррекции .....	22
<b>Глава 2. Вычисление координат НИСЗ на моменты обсервации .....</b>	<b>25</b>
2.1. Вычисление элементов орбиты по начальным условиям .....	27
2.2. Вычисление координат НИСЗ на моменты обсервации по элементам орбиты для невозмущённого движения .....	31
2.3. Вычисление координат НИСЗ на моменты обсервации по элементам орбиты для возмущённого движения .....	35
<b>Глава 3. Алгоритм вычисления координат НИСЗ GPS на моменты обсервации .....</b>	<b>45</b>
<b>Список сокращений .....</b>	<b>51</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>52</b>

Учебное пособие

Сергей Евгеньевич Гурин

### СПУТНИКОВЫЕ РАДИОНАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ ГЛОНАСС/GPS НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ

Часть I

Учебное пособие

Для студентов специальности 290900 «Строительство железных  
дорог. Путь и путевое хозяйство»

Подписано к печати	Формат 60 x 84 1/16
Усл. печ.л. 3.67	Тираж 200
Изд. №	Заказ
	Цена

127994, Москва, ул. Образцова, 15,  
Типография МИИТ



МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ (МИИТ)

---

Кафедра геодезии и геоинформатики

С. Е. ГУРИН

СПУТНИКОВЫЕ РАДИОНАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ  
ГЛОНАСС/GPS НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ

Часть II

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

МОСКВА - 2004

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ (МИИТ)

---

Кафедра геодезии и геоинформатики

С. Е. Гурин

Утверждено  
редакционно-издательским  
советом университета

СПУТНИКОВЫЕ РАДИОНАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ  
ГЛОНАСС/GPS НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ

Часть II

Учебное пособие

Для студентов специальности 290900 «Строительство железных  
дорог. Путь и путевое хозяйство»

Москва - 2004

УДК 528.341:629.195

Г 95

Гурин С. Е. Спутниковые радионавигационные системы ГЛОНАСС/GPS на железнодорожном транспорте. Часть II: Учебное пособие для студентов специальности «Строительство железных дорог. Путь и путевое хозяйство». – М.: МИИТ. 2004. – 68 с.

ISBN

Проиллюстрированы методы математического представления измеренных псевдодальностей, полученных приёмниками радионавигационных сигналов спутниковых радионавигационных систем ГЛОНАСС/GPS с учётом возмущающих факторов, возникающих на трассе распространения электромагнитного сигнала от навигационных искусственных спутников Земли до потребителя. Представлены различные варианты координатно-временных решений на основании данных, полученных от аппаратуры потребителей спутниковых радионавигационных систем ГЛОНАСС/GPS, реализованные для прикладных задач, возникающих на сети железных дорог Российской Федерации.

Учебное пособие может быть использовано студентами других специальностей при изучении среднеорбитальных спутниковых радионавигационных систем с целью различного применения на сети железных дорог Российской Федерации.

Ил. 13, библиогр. 20 назв.

Рецензенты:

первый заместитель директора Федерального государственного унитарного предприятия Российский научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи МПС России (ВНИИАС МПС России), канд. техн. наук Е. Н. Розенберг;

профессор МИИТа, канд. техн. наук У. Д. Ниязгулов.

Ответственный за выпуск: доц. канд. техн. наук В. Д. Власов.

© Московский государственный  
университет путей сообщений  
(МИИТ), 2004

#### 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЛОНАСС/GPS ИЗМЕРЕНИЙ С УЧЁТОМ ВОЗМУЩАЮЩИХ ФАКТОРОВ

Согласно структуре сигнала НИСЗ СРНС ГЛОНАСС/GPS, спутниковый НГП измеряет псевдодальности до НИСЗ посредством (рис. 15):

– кодовой последовательности C/A - и P - кода,

– фазы несущей на частотах  $L1$ ,  $L2$ ,

– доплеровских измерений.

На рис. 15: 1 – НИСЗ, 2 – кодовая последовательность, излучаемая НИСЗ, 3 – фаза несущей электромагнитного сигнала, 4 – навигационно-геодезическая антенна.

На точность измерения псевдодальности влияет множество возмущающих факторов таких, как ошибки частотно-временного обеспечения, ошибки эфемеридного обеспечения, ошибки аппаратуры потребителя и аппаратуры НИСЗ, а также ошибки, вносимые на трассе НИСЗ – потребитель.

Из-за неоднородности строения земной атмосферы, а именно её составляющих – ионосферы и тропосферы, в которых показатель преломления в различных точках пространства различен и меняется во времени, – луч электромагнитной волны от НИСЗ является пространственной кривой с переменной кривизной и кручением.

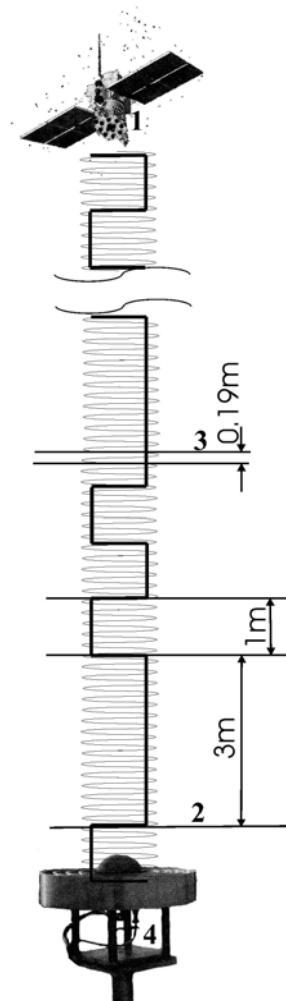


Рис. 15. Структура  
сигнала НИСЗ

Проекция этой кривой на вертикальную плоскость в точке наблюдения приводит к так называемой вертикальной рефракции за атмосферу Земли [4] (ионосферная и тропосферная рефракция).

Моделируя показатель преломления атмосферы вдоль траектории распространения электромагнитных колебаний и вблизи неё, а также используя двухчастотный сигнал с фиксированными длинами волн, мы можем составить уравнение луча и определить влияние рефракции на измерение псевдодальности.

Помимо возмущающих факторов за ионосферу и тропосферу в ошибку, вносимую на трассе НИСЗ – потребитель при определении псевдодальности, входит эффект многолучёвости, когда электромагнитный сигнал НИСЗ испытывает переотражение от подстилающей поверхности и от близлежащих препятствий.

#### 4.1. Псевдодальность по коду

НГП генерирует копию кодовой последовательности, генерируемой и передаваемой НИСЗ (см. рис. 15) для сигнальной модуляции, далее данная копия сигнала перемножается с принятым сигналом, образуя корреляционную функцию. Копию кодовой последовательности сдвигают до момента достижения максимальной корреляции с полученным сигналом.

Псевдодальность – это разность момента излучения сигнала НИСЗ и момента приёма данного сигнала НГП (момент максимальной корреляции с принятым сигналом), умноженная на скорость распространения радиосигнала в пространстве (скорость света) с учётом возмущающих факторов, влияющих на передачу, распространение и приём навигационного сигнала.

Уравнение псевдодальности для вакуума при условии отсутствия возмущающих факторов и ошибок часов НИСЗ, а также НГП, можно записать следующим образом [10]:

$$\rho_{\Pi}^C = \left( t_{\Pi} - t^C \right) \cdot c, \quad (4.1)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме;  $t_{\Pi}$  – время приёма сигнала от НИСЗ навигационно-геодезическим приёмником;

$t^C$  – время излучения навигационного сигнала НИСЗ.

Уравнение для псевдодальности с учётом возмущающих факторов для С/А - и Р - кода, а также ошибок опорных генераторов НИСЗ и НГП, может быть записано следующим образом [18]:

$$P1_{\Pi}^C = \rho_{\Pi}^C - c \cdot dt_{\Pi} + c \cdot dt^C + d_{\text{ион}_{\Pi,1,\rho}}^C + d_{\text{троп}}^C + d_{1,\rho}^C + \varepsilon_{1,\rho}, \quad (4.2)$$

$$P2_{\Pi}^C = \rho_{\Pi}^C - c \cdot dt_{\Pi} + c \cdot dt^C + \left( \frac{f1^2}{f2^2} \right) \cdot d_{\text{ион}_{\Pi,2,\rho}}^C + d_{\text{троп}}^C + d_{2,\rho}^C + \varepsilon_{2,\rho}, \quad (4.3)$$

где  $\rho_{\Pi}^C$  – геометрическое расстояние между фазовым центром антенны НГП и фазовым центром антенны НИСЗ,  $dt_{\Pi}$  – ошибка часов приёмника,  $dt^C$  – ошибка часов НИСЗ,  $d_{\text{ион}_{\Pi,1,\rho}}^C$ ,  $d_{\text{ион}_{\Pi,2,\rho}}^C$  – ионосферная задержка на частотах  $f_1$ ,  $f_2$ ;  $d_{\text{троп}}^C$  – тропосферная задержка (не зависит от частоты),  $d_{1,\rho}^C$ ,  $d_{2,\rho}^C$  – многолучёвость на частотах  $f_1$ ,  $f_2$ ;  $\varepsilon_{1,\rho}$ ,  $\varepsilon_{2,\rho}$  – случайный шум измерений и не моделируемые эффекты.

В формулах (4.2) и (4.3) релятивистские эффекты и ошибки эфемерид НИСЗ не учитываются. Уравнения (4.2) и (4.3) идентичны для двух СРНС ГЛОНАСС и GPS.

Средняя квадратическая ошибка определения псевдодальности по С/А - коду [15] составляет 0,1 кодовой последовательности, что эквивалентно 0,1 – 0,3 м.

#### 4.2. Фаза несущей частоты

Пусть НИСЗ передаёт электромагнитный сигнал частоты  $f^C$ , имеющий фазу  $\varphi^C$  в момент времени  $t$ , в тот же самый момент  $t$  НГП генерирует опорный фазовый сигнал  $\varphi_{\Pi}(t)$  на частоте  $f_{\Pi}$ :

$$\varphi^C(t) = f^C \cdot t - f^C \cdot \frac{\rho_{\Pi}^C}{c} + \varphi_0^C, \quad (4.4)$$

$$\varphi_{\Pi}(t) = f_{\Pi} \cdot t + \varphi_{\Pi,0}. \quad (4.5)$$

Тогда сдвиг фаз между электромагнитным сигналом генератора локального НГП и электромагнитным сигналом НИСЗ мы можем записать [10]:

$$\varphi_{\Pi}^C = \varphi_{\Pi}(t) - \varphi^C(t) = -f^C \cdot \frac{\rho_{\Pi}^C}{c} + f_{\Pi} \cdot t -$$

$$- f^C \cdot t + \varphi_0^C + \varphi_{\Pi,0}^C.$$

Отличие принятой частоты  $f^C$  от реконструированной частоты  $f_{\Pi}$  лежит в пределах  $10^{-3}$  Гц и им можно пренебречь [17].

Тогда запишем:

$$f^C = f_{\Pi} = f. \quad (4.7)$$

Члены  $\varphi_O^C$  и  $\varphi_{\Pi,0}^C$  – ошибки часов НИСЗ и НГП относительно абсолютного времени  $t$  и в силу того, что мы можем измерить только дробную часть сдвига фаз в пределах одного цикла или  $2\pi$  радиан, а целое число циклов до НИСЗ нам неизвестно, запишем:

$$\varphi_{\Pi,0}^C - \varphi_O^C = f \cdot dt_{\Pi} - (f \cdot dt^C + N_{\Pi}^C), \quad (4.8)$$

где  $N_{\Pi}^C$  – целое число циклов (неоднозначность).

Тогда с учётом (4.8) сдвиг фаз между электромагнитным сигналом НИСЗ и электромагнитным сигналом генератора локального НГП мы можем записать:

$$\varphi_{\Pi}^C = \varphi^C(t) - \varphi_{\Pi}(t) = f \cdot \frac{\rho_{\Pi}^C}{c} - f \cdot dt_{\Pi} - f \cdot dt^C + N_{\Pi}^C. \quad (4.9)$$

Уравнение для сдвига фаз с учётом возмущающих факторов за ионосферную и тропосферную рефракцию, ошибок опорных генераторов НИСЗ и НГП, многолучёвости может быть записано для частот L1 и L2 следующим образом [18]:

$$\varphi_{\Pi,1}^C = f_1 \cdot \frac{\rho_{\Pi}^C}{c} - f_1 \cdot dt_{\Pi} + f_1 \cdot dt^C + N_{\Pi,1}^C -$$

$$- \frac{f_1}{c} \cdot d_{\text{ИОН}_{\Pi,1,\varphi}}^C + \frac{f_1}{c} \cdot d_{\text{ТРОП}}^C + d_{1,\varphi}^C + \varepsilon_{1,\varphi}, \quad (4.10)$$

$$\varphi_{\Pi,2}^C = f_2 \cdot \frac{\rho_{\Pi}^C}{c} - f_2 \cdot dt_{\Pi} + f_2 \cdot dt^C + N_{\Pi,2}^C -$$

$$- \frac{f_2^2}{f_2 \cdot c} \cdot d_{\text{ИОН}_{\Pi,2,\varphi}}^C + \frac{f_2}{c} \cdot d_{\text{ТРОП}}^C + d_{2,\varphi}^C + \varepsilon_{2,\varphi}, \quad (4.11)$$

где  $N_{\Pi,1}^C$  – неоднозначность для сдвига фаз на первой частоте и  $N_{\Pi,2}^C$  – неоднозначность для сдвига фаз на второй частоте;  $d_{\text{ИОН}_{\Pi,1,\varphi}}^C$ ,  $d_{\text{ИОН}_{\Pi,2,\varphi}}^C$  – ионосферная задержка на частоте  $f_1$ ,  $f_2$ ;  $d_{1,\varphi}^C$ ,  $d_{2,\varphi}^C$  – многолучёвость на частотах  $f_1$ ,  $f_2$ ;  $\varepsilon_{1,\varphi}$ ,  $\varepsilon_{2,\varphi}$  – случайный шум измерений и не моделируемые эффекты.

Сдвиг фаз сигнала измеряется в герцах, и для преобразования выражений (4.10) и (4.11) в единицы расстояния воспользуемся формулой:

$$\lambda = \frac{c}{f}. \quad (4.12)$$

Тогда сдвиг фаз в единицах расстояния:

$$\Phi_{\Pi,1}^C = \varphi_{\Pi,1}^C \cdot \lambda_1 = \rho_{\Pi}^C - c \cdot dt_{\Pi} + c \cdot dt^C + \lambda_1 \cdot N_{\Pi}^C -$$

$$- d_{\text{ИОН}_{\Pi,1,\varphi}}^C + d_{\text{ТРОП}}^C + d_{1,\varphi}^C + \varepsilon_{1,\varphi}, \quad (4.13)$$

$$\Phi_{\Pi,2}^C = \varphi_{\Pi,2}^C \cdot \lambda_2 = \rho_{\Pi}^C - c \cdot dt_{\Pi} + c \cdot dt^C + \lambda_2 \cdot N_{\Pi}^C -$$

$$- \frac{f_1^2}{f_2^2} \cdot d_{\text{ИОН}_{\Pi,2,\varphi}}^C + d_{\text{ТРОП}}^C + d_{2,\varphi}^C + \varepsilon_{2,\varphi}, \quad (4.14)$$

где  $d_{\text{ИОН}_{\Pi,1,\varphi}}^C$ ,  $d_{\text{ИОН}_{\Pi,2,\varphi}}^C$  – ионосферная задержка на частотах  $f_1$ ,  $f_2$ ;  $d_{1,\varphi}^C$ ,  $d_{2,\varphi}^C$  – многолучёвость на частотах  $f_1$ ,  $f_2$ ;  $\varepsilon_{1,\varphi}$ ,  $\varepsilon_{2,\varphi}$  – случайный шум измерений и не моделируемые эффекты.

В формулах (4.10), (4.11), (4.13), (4.14) релятивистские эффекты и ошибки эфемерид НИСЗ не учитываются. Уравнения (4.2) и (4.3) идентичны для двух СРНС ГЛОНАСС и GPS.

Средняя квадратическая ошибка определения псевдодальности на фазе несущей [15] 2–5 мм с учётом возмущающих факторов.

Другими словами, в случае определения  $N^C_{\Pi}$  – целого числа циклов мы получаем псевдодальность НГП – НИСЗ по сдвигу фаз (фазы несущей) на два порядка точнее, чем по коду.

### 4.3. Ионосферная рефракция

Ионосфера [8] – ионизированная часть верхней атмосферы, расположена выше 50 км. Верхней границей ионосферы является внешняя часть магнитосферы Земли. Ионосфера представляет собой природное образование разреженной слабо ионизированной плазмы, находящейся в магнитном поле Земли. Причина повышенной ионизации воздуха в ионосфере – разложение молекул атмосферного газа под действием ультрафиолетовой, рентгеновской и солнечной радиации, а также космического излучения.

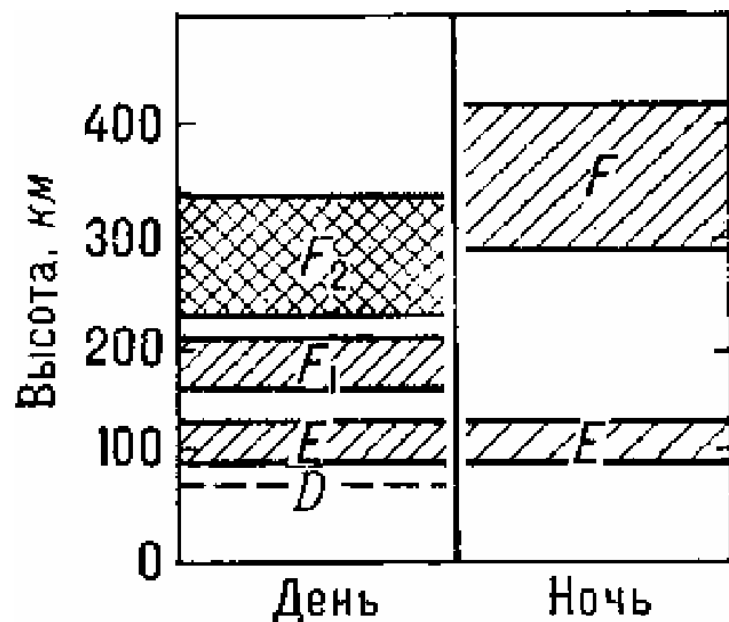


Рис. 16. Схема вертикального строения атмосферы

Концентрация ионов и электронов в ионосфере распределена по высоте неравномерно: имеются области, или слои, где она достигает максимума. Таких слоев в ионосфере несколько (рис. 16); они не имеют резко выраженных границ, их положение и интенсивность регулярно изменяются в течение дня, сезона и 11-летнего солнечного цикла. Верхний слой  $F$  соответствует главному максимуму ионизации ионосферы. Ночью он поднимается до высот 300–400 км, а днём (преимущественно летом) раздваивается на слои  $F_1$  и  $F_2$  с максимумами на высотах 160–200 км и 220–320 км. На высотах 90–150 км находится область  $E$ , а ниже 90 км – область  $D$ . Слоистость ионосферы обусловлена резким изменением по высоте условий её образования.

Ионосфера непрерывно изменяется. Различают регулярные изменения и возмущённые состояния. Поскольку основным источником ионизации является коротковолновое излучение Солнца, многие регулярные изменения ионосферы обязаны изменению либо высоты Солнца над горизонтом (суточные, сезонные, широтные изменения), либо уровня солнечной активности (11-летние и 27-дневные вариации).

При переходе ото дня к ночи в области  $D$  концентрация электронов резко уменьшается и соответственно уменьшается поглощение радиоволн. В момент солнечных вспышек на освещённой Солнцем земной поверхности сильно возрастает интенсивность рентгеновского излучения, увеличивающая ионизацию области  $D$ , что приводит к увеличению поглощения радиоволн, а иногда даже к полному прекращению радиосвязи, — так называемое внезапное ионосферное возмущение (Делинджера эффект). Продолжительность таких возмущений обычно 0,3–1,5 часа. Область ионосферы на высотах 100–200 км, включающая слои  $E$  и  $F_1$ , отличается наиболее регулярными изменениями. Это обусловлено тем, что именно здесь поглощается основная часть коротковолнового ионизирующего излучения Солнца. Ночью из-за отсутствия источников ионизации в области 125–160 км величина электронной концентрации сильно уменьшается, однако в области  $E$  на высотах 100–120 км обычно сохраняется довольно высокая электронная концентрация порядка  $(3–30) \times 10^3 \text{ см}^{-3}$ . О природе источника ночной ионизации в области  $E$  мнения расходятся.

Движения потоков заряженных частиц в ионосфере приводят к возникновению турбулентных неоднородностей электронной концентрации. Причины их возникновения — флуктуация ионизирующего излучения и непрерывное вторжение в атмосферу метеоров, образующих ионизированные следы. Движение ионизированных масс и турбулентность ионосферы влияют на распространение радиоволн.

Ионосферная рефракция — один из главных источников ошибок при абсолютных ГЛОНАСС/GPS определениях.

Ионосфера оказывает негативное воздействие на электромагнитный сигнал ГЛОНАСС/GPS и соответственно на измерение псевдодальности при прохождении электромагнитного сигнала НИСЗ сквозь ионосферу [4, 14]. Происходит:

- групповая задержка кодовой последовательности и опережение фазы несущей, которые изменяются с прохождением различных областей и слоёв ионосферы;
- вращение плоскости поляризации электромагнитного сигнала;
- колебание амплитуды и фазы электромагнитного сигнала;
- изменение траектории распространения электромагнитного сигнала за счёт преломления и отражения различными слоями и областями ионосферы;
- поглощение электромагнитного сигнала.

Ионосферная рефракция вносит ошибку в измерение псевдодальности порядка 4,5 м [5]. Поэтому для достижения приемлемой точности измерения псевдодальности по коду и фазе несущей необходим учёт и исключение влияния ионосферы особенно при абсолютных определениях посредством СРНС ГЛОНАСС/GPS. Измерение псевдодальности на двух частотах может устранить влияние ионосферной рефракции на измерение псевдодальности с учётом разности времени достижения приёмника двух сигналов на L1 и L2 от НИСЗ [18]. В то же время в последние десятилетия были развиты различные методы моделирования ионосферы для исключения из измерений псевдодальности ионосферной рефракции. Лучшие модели могут устранять ионосферную рефракцию в пределах 50 – 75 %.

Важно, что ионосферная задержка электромагнитного сигнала НИСЗ частотно зависима и пропорциональна квадрату несущей частоты [18]:

$$\tau_{\text{ион}} = \frac{A}{f^2}, \quad (4.15)$$

где  $A/f^2$  — избыточная задержка за ионосферу по полученной частоте,  $A$  — коэффициент пропорциональности, не зависящий от несущей частоты.

Если мы принимаем сигнал на двух частотах L1 и L2, которые НИСЗ излучает в один и тот же момент времени, то мы можем получить разность групповой задержки по L1 и L2 [18]:

$$\Delta\tau_{\text{ион}} = \tau_{\text{ион}_{L2}} - \tau_{\text{ион}_{L1}} = \frac{A}{f_2^2} - \frac{A}{f_1^2}, \quad (4.16)$$

тогда

$$\Delta\tau_{\text{ион}_{L1}} = \Delta\tau_{\text{ион}} \cdot \left( \frac{f_1^2}{f_2^2} - 1 \right)^{-1}. \quad (4.17)$$

Тем самым мы получили задержку распространения электромагнитного сигнала за ионосферу для базисов меньше 50 км.

Другими словами, посредством комбинации измерений на L1 и L2 [14] мы можем устранить влияние ионосферной рефракции на измерение псевдодальности по коду и фазе несущей.

Перейдём от задержки электромагнитного сигнала НИСЗ непосредственно к ошибке определения псевдодальности по коду и фазе несущей.

Если игнорировать результат влияния магнитного поля Земли, то показатель преломления электромагнитного сигнала для фазы несущей в ионосфере может быть записан [14]:

$$n_{\varphi} = 1 - \frac{\alpha \cdot N_e}{f^2}. \quad (4.18)$$

Показатель преломления электромагнитного сигнала за ионосферу для кода в ионосфере [14]:



$$n_p = 1 + \frac{\alpha \cdot N_e}{f^2}, \quad (4.19)$$

где  $\alpha$  – константа, равная 40,28;  $N_e$  – концентрация электронов;  
 $f$  – частота электромагнитного сигнала.

Интегрируя выражения для  $n_\phi$  и  $n_R$  по пути распространения электромагнитного сигнала, получим:

$$\int_S n_\phi dS = \int_S \left(1 - \frac{\alpha \cdot N_e}{f^2}\right) dS = \rho_\Pi^C - d_{\text{ион},\Pi}^C, \quad (4.20)$$

и

$$\int_S n_p dS = \int_S \left(1 + \frac{\alpha \cdot N_e}{f^2}\right) dS = \rho_\Pi^C + d_{\text{ион},\Pi}^C, \quad (4.21)$$

где,  $d_{\text{ион},\Pi}^C$  – рефракция за ионосферу, без учёта изменения траектории распространения электромагнитного сигнала:

$$d_{\text{ион},\Pi}^C = \frac{\alpha}{f^2 \cdot \int_S N_e dS} = \alpha \cdot \frac{TEC}{f^2}, \quad (4.22)$$

где TEC – общее количество электронов, содержащееся в столбе с площадью поперечного сечения  $1 \text{ м}^2$  вдоль распространения электромагнитного сигнала НИСЗ. Размерность TEC  $\left(\frac{\text{el}}{\text{м}^2}\right)$ .

Значение TEC при измерении псевдодальности по коду и фазе несущей для двухчастотного сигнала СРНС ГЛОНАСС/GPS [19]:

$$TEC_P = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{f_1^2 \cdot f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \cdot (P2_\Pi^C - P1_\Pi^C) \quad (4.23)$$

и

$$TEC_\phi = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{f_1^2 \cdot f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \cdot (\Phi_{\Pi,1}^C - \Phi_{\Pi,2}^C). \quad (4.24)$$

На основании (4.16, 4.22 – 4.24) можно записать:

$$P_\Pi^C = \frac{P1_\Pi^C - \frac{f_2^2}{f_1^2} \cdot P2_\Pi^C}{1 - \frac{f_2^2}{f_1^2}}. \quad (4.25)$$

#### 4.4. Тропосферная рефракция

Тропосфера [13] – нижняя, преобладающая по массе часть земной атмосферы, в которой температура понижается с высотой. Тропосфера простирается в среднем до высот 8–10 км в полярных широтах, 10–12 км в умеренных, 16–18 км в тропических. Над тропосферой располагается стратосфера, от которой тропосфера отделена сравнительно тонким переходным слоем — тропопаузой. В тропосфере сосредоточено более  $\frac{4}{5}$  всей массы атмосферного воздуха. Вертикальное распределение температуры в тропосфере зависит от особенностей поглощения солнечного и земного излучений и от конвективной передачи тепла. Основной поглотитель излучения в атмосфере — водяной пар, содержание которого с высотой быстро убывает, в связи с чем должна убывать и температура воздуха. Это способствует возникновению конвекции, которая переносит нагретый воздух от земной поверхности в атмосферу, чем меняет вертикальное распределение температуры. В результате в тропосфере устанавливается средний вертикальный градиент температуры  $\gamma$ , равный  $0,6 \text{ }^\circ\text{C}$  на 100 м; в нижней части тропосферы  $\gamma$  несколько меньше, а в верхней части больше. Температура воздуха на верхней границе тропосферы в среднем за год около  $-55 \text{ }^\circ\text{C}$  в полярных широтах и около  $-80 \text{ }^\circ\text{C}$  у экватора, летом температура в верхней части тропосферы всегда значительно ниже нуля. В отдельных случаях распределение температуры может существенно отличаться от среднего. В тех или иных слоях тропосферы, особенно в нижней её части, часто возникает инверсия температуры, то есть температура с высотой возрастает.

Почти вся масса водяного пара атмосферы сосредоточена в тропосфере. В тропосфере содержится также и основная масса атмосферных аэрозолей (пыли, дыма и др.), поступающих с земной

поверхности. В нижней части тропосферы (в пограничном слое, или слое трения) хорошо выражен суточный ход температуры и влажности воздуха, скорость ветра с высотой быстро возрастает, направление его приближается к направлению изобар. В нижнем слое тропосферы в несколько десятков метров непосредственно над земной поверхностью влажность повышена; над сушей вертикальные градиенты температуры в дневные часы очень велики, а ночью, наоборот, нередко приземные инверсии температуры.

Тропосферная рефракция – один из главных источников ошибок при ГЛОНАСС/GPS измерениях. Фазовая скорость волнового фронта в тропосфере, показатель преломления которой больше единицы, меньше скорости света в вакууме, вследствие чего "электрическая" длина излучаемого электромагнитного сигнала НИСЗ становится больше "геометрической". Тропосферная рефракция вносит ошибку в измерение псевдодальности порядка 2,0 – 2,5 м в направлении зенита и увеличивается приблизительно с косекансом угла места и может достигать значения 20 – 28 м при угле возвышения НИСЗ над горизонтом в  $5^\circ$  [5]. Поэтому для достижения приемлемой точности измерения псевдодальности по коду и фазе несущей необходим учёт и исключение влияния тропосферы при всех видах измерений посредством СРНС ГЛОНАСС/GPS.

При прохождении электромагнитного сигнала НИСЗ сквозь тропосферу последняя оказывает следующие негативные воздействия на электромагнитный сигнал ГЛОНАСС/GPS и соответственно на измерение псевдодальности [4]:

- происходит избыточная задержка кодовой последовательности и фазы несущей,
- наблюдается вращение плоскости поляризации электромагнитного сигнала,
- имеет место поглощение электромагнитного сигнала.

Тропосфера – недиспергирующая среда, то есть показатель преломления и скорость распространения электромагнитного сигнала в тропосфере не зависят от частоты электромагнитного сигнала, вследствие чего тропосферная рефракция не зависит от несущей частоты, не исключается посредством комбинации

измерений на частотах  $L1$ ,  $L2$  и одинаково воздействует на измерение псевдодальности и по коду, и на фазе несущей.

Скорость распространения электромагнитного сигнала в тропосфере напрямую связана с показателем преломления среды [14]  $n = (\varepsilon \cdot \mu)^{0,5}$ , где  $\varepsilon$  – диэлектрическая поляризация,  $\mu$  – электромагнитная проницаемость. В силу того, что дисперсия для электромагнитного сигнала НИСЗ приблизительно одинакова и равняется нулю, целесообразно вместо показателя преломления  $n$  использовать показатель преломления  $N$ , который зависит только от метеорологических параметров воздуха – температуры  $T$ ,  $K$ ; давления  $P$ ,  $мбар$  и парциального давления водяного пара  $e_p$ ,  $мбар$  [14]:

$$N = \left( 77,6 \cdot \frac{P}{T} - 12,96 \cdot \frac{e_p}{T} + 371900 \cdot \frac{e_p}{T^2} \right) \cdot 10^{-6}. \quad (4.26)$$

Тогда тропосферная рефракция может быть выражена [14] в виде:

$$d_{mpon} = \int_S c \cdot N \cdot dt. \quad (4.27)$$

В силу того, что  $ds = c \cdot (1 - N) \cdot dt$ , а  $N \ll 1$ , уравнение (4.27) примет вид:

$$d_{mpon} = \int_S N \cdot ds. \quad (4.28)$$

Уравнение (4.26) содержит компоненты, позволяющие идентифицировать "сухое" явления преломления, зависящее от давления и температуры, и "влажное" явление преломления, зависящее в свою очередь от парциального давления водяного пара и температуры.

Поэтому разложим выражение (4.26) показателя преломления тропосферы для "сухой" и "влажной" компоненты:

$$N_C = \frac{77,6 \cdot P}{T} \cdot 10^{-6}, \quad (4.29)$$

$$N_B = \left( -12,96 \cdot \frac{e_p}{T} + 371900 \cdot \frac{e_p}{T^2} \right) \cdot 10^{-6}, \quad (4.30)$$

$$N = N_C + N_B. \quad (4.31)$$

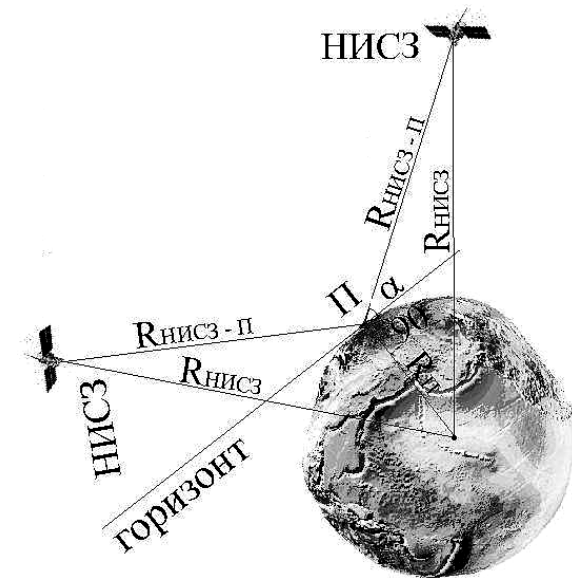
Тогда моделирование тропосферной рефракции сводится к моделированию "сухой" и "влажной" компоненты:

$$d_{\text{троп}} = \int_S N_C \cdot ds + \int_S N_B \cdot ds. \quad (4.32)$$

Сухая атмосфера вносит приблизительно 90 % полной тропосферной рефракции и может быть смоделирована с точностью до 0,05 м с использованием поверхностного давления и температуры. Различные модели сухой атмосферы основаны на законах идеальных газов; эти модели применяют сферические слои в качестве разложения тропосферы для сухого слоя. Влажный компонент намного более сложно поддается моделированию, так как водяной пар не может быть точно предсказан и смоделирован. Даже при нормальных условиях состояния тропосферы имеются ограниченные источники водяного пара, часто в форме жидкой воды. Поэтому эти водные источники пара, наряду с турбулентностью в более низкой атмосфере, причиняют вариации на концентрации водяного пара, который не может быть коррелирован через какое-то время или пространство. Эти вариации не могут быть точно предсказаны от поверхностных измерений с Земли. К счастью, "влажный" вклад приблизительно равен 10 % от полной тропосферной рефракции. Несмотря на изменчивость водяного пара, существует способ его моделирования путём создания экспоненциального вертикального профиля. Высота влажного слоя приблизительно 12 км. Влажная задержка приблизительно составляет 5 – 30 см. Посредством моделирования средняя квадратическая ошибка определения псевдодальности сводится к 2 – 5 см. Объединенные модели для сухих и влажных слоев вместе предсказывают задержку, вызванную тропосферой.

В мире за последние 30 лет созданы различные модели тропосферной рефракции [14] такие, как: Хопфильда (1971 г.), Yionoulis (1970 г.), модифицированная модель Хопфильда (1974 г.), Саастамоинена (1987 г.), Дэвиса (1985 г.), Ланьи (1985 г.) и многие другие.

Различные тропосферные модели отличаются, прежде всего, относительно предположений, сделанных на вертикальных



**Рис. 17. Угол возвышения НИСЗ над горизонтом**

профилях о явлении преломления и отображения вертикальной задержки с углом места  $\alpha$ .

Для расчёта угла места  $\alpha$  выведем формулу, используя элементарные геометрические построения (рис. 17):

$$\alpha = \arccos \left( \frac{R_{\Pi}^2 + R_{\text{НИСЗ-П}}^2 - R_{\text{НИСЗ}}^2}{2 \cdot R_{\Pi} \cdot R_{\text{НИСЗ-П}}} \right) - 90^\circ, \quad (4.33)$$

где  $R_{\text{НИСЗ-П}}$  – радиус-вектор НИСЗ – потребитель,  $R_{\text{НИСЗ}}$  – радиус-вектор НИСЗ,  $R_{\Pi}$  – радиус-вектор потребителя.

Для моделирования тропосферной рефракции будем использовать модель Хопфильда, которая предполагает, что сухое и влажное явления преломления электромагнитного сигнала могут быть представлены, как функции высоты  $h$ . Математическая реализация данной модели весьма проста, в то же время при использовании данной модели необходимо использовать ограничения на минимальный угол возвышения НИСЗ над горизонтом, на

основании работы [14] этот угол не должен быть меньше  $15^\circ$ , тогда точность моделирования тропосферной рефракции будет мало отличаться от других методов моделирования тропосферы:

$$N_C(h) = N_C \cdot \left( \frac{h_C - h}{h_C} \right)^4, \quad (4.34)$$

$$N_B(h) = N_B \cdot \left( \frac{h_B - h}{h_B} \right)^4. \quad (4.35)$$

Соответственно, высоты, связанные с сухими и влажными преломлениями, выраженные в метрах [19]:

$$h_C = 40136 + 148,72 \cdot (T - 273,16), \quad (4.36)$$

$$h_B = 11000,0. \quad (4.37)$$

Тропосферная рефракция по вертикальному направлению распространения электромагнитного сигнала может быть рассчитана по формулам:

$$d_{mpon,C} = \int_0^{h_C} N_C(h) \cdot dh, \quad (4.38)$$

$$d_{mpon,C} = \frac{10^{-6}}{5} \cdot \frac{77,6 \cdot P}{T} \cdot h_C, \quad (4.39)$$

$$d_{mpon,B} = \int_0^{h_B} N_B(h) \cdot dh, \quad (4.40)$$

$$d_{mpon,B} = \frac{10^{-6}}{5} \cdot \left( \frac{-12,96 \cdot e_P}{T} + \frac{371900 \cdot e_P}{T^2} \right) \cdot h_B. \quad (4.41)$$

Для произвольного угла места  $\alpha$  (в градусах) модель Хопфильда использует следующие соотношения:

$$m_B(\alpha) = \frac{1}{\sin(\sqrt{\alpha^2 + 2,25})}, \quad (4.42)$$

$$m_C(\alpha) = \frac{1}{\sin(\sqrt{\alpha^2 + 6,25})}. \quad (4.43)$$

Тогда выражение для тропосферной рефракции при любом угле возвышения НИСЗ над горизонтом будет выглядеть:

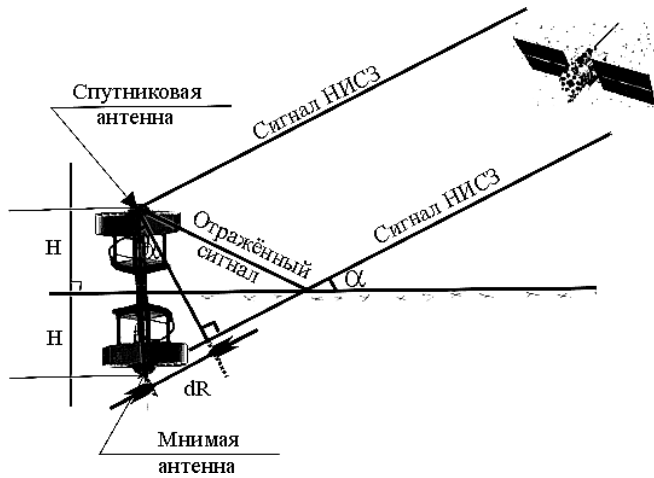
$$d_{mpon} = d_{mpon,C} \cdot m_C(\alpha) + d_{mpon,B} \cdot m_B(\alpha). \quad (4.44)$$

Стандартные значения для моделирования тропосферной рефракции моделью Хопфильда (стандартная погода)  $T = 288,15 \text{ K}$ ,  $P = 1013,25 \text{ мбар}$ , влажность 50 %.

Для абсолютных координатных определений можно использовать упрощённую формулу учёта тропосферной рефракции. Учёт тропосферной рефракции согласно [12] рассчитывается на основании выражения  $d_{mpon} = 8,8 \cdot \text{cosec } \alpha$ , где  $\alpha$  – угол возвышения НИСЗ над горизонтом (см. рис. 17). Применение такой упрощённой поправки позволяет уменьшить влияние возмущающего фактора за тропосферу на порядок.

## 4.5. Эффект многолучёвости

Многолучево́сть – явление, в процессе которого электромагнитный сигнал НИСЗ достигает антенны НГП через несколько различных путей отражения от близлежащих предметов, сооружений, подстилающей поверхности, транспортных средств и других объектов вместе с непосредственным электромагнитным сигналом НИСЗ (истинным) или без него. Влияние многолучёвости периодически повторяется, в случае если система «антенна – окружающая среда» является постоянной. Эффект многолучёвости повторяется каждые звездные сутки для статического ГЛОНАСС/GPS НГП, если окружающая среда неизменна. Уровень отражённого сигнала может быть соизмеримым с прямым сигналом, что может привести к существенному искажению полезного сигнала. При эффекте многолучёвости, в момент отсутствия истинного электромагнитного сигнала НИСЗ наблюдается ошибочное удлинение псевдодальности НИСЗ – потребитель (рис. 18), что вносит дополнительную ошибку в определение координат



**Рис. 18. Иллюстрация эффекта переотражения сигнала (многолучёвости)**

потребителя. Переданный и переотраженный сигнал от НИСЗ, принимаемый фазовым центром антенны, может быть представлен [17] в виде:

$$V_{\text{НИСЗ}} = A \cdot \cos(\varphi), \quad (4.45)$$

$$V_{\text{отраж}} = \chi \cdot \cos(\varphi + \Delta\varphi). \quad (4.46)$$

Измеренный сигнал:

$$V_{\text{изм}} = V_{\text{НИСЗ}} + V_{\text{отраж}} = A_{\text{изм}} \cdot \cos(\varphi + \Delta\varphi_{\text{изм}}), \quad (4.47)$$

где:  $A$  и  $\varphi$  – амплитуда и фаза электромагнитного сигнала НИСЗ,  $\chi$  – коэффициент ослабления отражённого сигнала, зависит от поверхности отражения и принимает значение от 0 до 1,  $\Delta\varphi$  – сдвиг фаз.

Измеренную амплитуду  $A_{\text{изм}}$  и измеренный сдвиг фаз  $\Delta\varphi_{\text{изм}}$  можно представить как

$$A_{\text{изм}} = \left(1 + \chi^2 + 2 \cdot \chi \cdot \cos(\Delta\varphi)\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.48)$$

$$\Delta\varphi_{\text{изм}} = \arctg\left(\frac{\chi \cdot \sin(\Delta\varphi)}{1 + \chi \cdot \cos(\Delta\varphi)}\right). \quad (4.49)$$

Эффект многолучёвости минимален при  $\chi = 0$  и максимален при  $\chi = 1$ ,  $\Delta\varphi_{\text{изм}} = 90^\circ = \frac{1}{4}$  цикла и  $\Delta\varphi_{\text{изм}} = 180^\circ$ .

Для случая эффекта многолучёвости от подстилающей поверхности (см. рис. 18) сдвиг фаз может быть получен как

$$\Delta\varphi = \frac{dR}{\lambda} \cdot 2 \cdot \pi + \pi = \frac{4 \cdot \pi \cdot H \cdot \sin(\alpha)}{\lambda} + \pi, \quad (4.50)$$

где  $H$  – высота антенны выше подстилающей поверхности,  $\alpha$  – угол возвышения НИСЗ над горизонтом (угол места).

При отражении электромагнитного сигнала НИСЗ от какой-либо поверхности происходит сдвиг фаз, равный  $180^\circ$ , то есть меняется поляризация электромагнитного сигнала.

Величина влияния эффекта многолучёвости на определение псевдодальности напрямую зависит от алгоритмов обработки электромагнитного сигнала НИСЗ, «защитных» в НГП, и применяемых антенн с возможностью значительного уменьшения влияния многолучёвости на измерения псевдодальности.

Ошибку за многолучесть в первом приближении следует отнести к немоделируемым эффектам и случайным ошибкам при обработке ГЛОНАСС/GPS измерений. Экспериментальные исследования показали, что в зависимости от применяемой аппаратуры потребителя, наблюдается большой разброс значений дальномерной ошибки из-за эффекта многолучёвости. Она составляет [5] от нескольких сантиметров (при использовании специальных антенн и аппаратных алгоритмов подавления многолучёвости) до десятков метров при употреблении аппаратуры, не использующей алгоритмы подавления данного эффекта, и антенн, не оборудованных средствами отсека переотраженного сигнала в геометрически сложных условиях. Для отсека навигационного сигнала, полученного от подстилающей поверхности или близлежащих предметов будем использовать два НГП с антеннами,

расположенными на некотором априорно известном расстоянии друг от друга. Последовательно перебирая все возможные комбинации построения навигационного решения по видимым НИСЗ для двух НГП, из общего решения исключаем НИСЗ, которые дают решения с наибольшей дисперсией (отягощённые не только эффектом многолучёвости, но и другими неучтёнными возмущающими факторами).

#### 4.6. Ошибки эфемеридного обеспечения

Эфемеридные ошибки навигационно-временных определений вызваны [5] неточностью определения параметров орбит НИСЗ на подсистеме контроля и управления и непрогнозируемыми смещениями НИСЗ относительно экстраполированной орбиты. По пессимистическим оценкам [5, 19] эфемеридные ошибки СРНС ГЛОНАСС составляют 9,2 м, а СРНС GPS – 20 м.

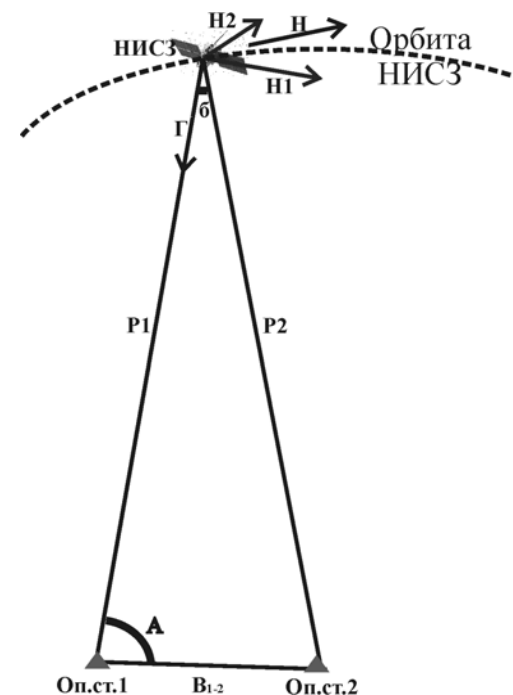
Ошибку за неточное знание эфемерид НИСЗ возможно оценить только при использовании относительных методов определения координат потребителя [19].

Предположим, что мы принимаем электромагнитный сигнал НИСЗ на двух навигационно-геодезических станциях, координаты которых определены очень точно с использованием точных координат НИСЗ, полученных от станций слежения Всемирной геодезической службы (IGS) и соответствующего геодезического программного обеспечения (рис. 19) [19].

Выведем соотношение для оценки влияния ошибки в эфемеридном обеспечении при ретрансляции кадра навигационных сообщений с НИСЗ потребителю.

Обозначим орбитальную ошибку в направлении НИСЗ – потребитель –  $\Gamma$ , орбитальная ошибка в плоскости орбиты НИСЗ –  $H$ . Ошибку  $H$  можно разделить на  $H1$  – параллельную базисной линии  $B_{1-2}$  и  $H2$  – перпендикулярную к  $H1$  и  $B_{1-2}$ . Ошибка  $H2$  не влияет на определение базисной линии  $B_{1-2}$ .

Ошибка за орбиту НИСЗ в псевдодальности  $P1$  и  $P2$ :



**Рис. 19. Геометрическая иллюстрация ошибки за эфемериды НИСЗ**

$$d P1 = \Gamma, \quad (4.51)$$

$$d P2 = \Gamma \cdot \cos(\beta) + \Gamma \cdot \sin(\beta). \quad (4.52)$$

Разностная ошибка за первую и вторую псевдодальности:

$$d B_{1-2} = d P2 - d P1 = -\Gamma \cdot (1 - \cos(\beta)) + H1 \cdot \sin(\beta). \quad (4.53)$$

Влияние  $\Gamma$  на  $dB_{1-2}$  незначительно при  $B_{1-2} < 100$  км, орбитальная ошибка в направлении НИСЗ – потребитель составляет менее 1 мм и угол  $\beta$  меньше 1/100 радиан. При эфемеридной ошибке  $< 20$  м  $H1$  вносит ошибку порядка 20 см [19]. В случае, если мы не учитываем кривизну Земли, то можем записать разностную ошибку за первую и вторую псевдодальности с учётом вышеизложенного без учёта релятивистского эффекта:

$$dB_{1-2} = H1 \cdot \sin(\beta) = \frac{H1 \cdot B_{1-2} \cdot \sin(A)}{P2}. \quad (4.54)$$

Из соотношения (4.54) вытекает, что ошибка в эфемеридном обеспечении НИСЗ действует пропорционально длине  $B_{I-2}$ , линейно интерполируется и накапливается с увеличением длины базисной линии.

Максимальная ошибка при угле возвышения НИСЗ  $A = 90^\circ$ ,  $H_I = 20$  м для базисной линии  $B_{I-2} = 200$  км составляет 20 см.

#### 4.7. Ошибки частотно-временного обеспечения

Ошибки частотно-временного обеспечения НИСЗ возникают вследствие несовершенства синхронизации бортовых шкал времени НИСЗ, несовершенства бортовых эталонов шкал времени, а также несовершенства эталонов частоты потребителя. Ошибки частотно-временного обеспечения могут приводить к серьёзным ошибкам в определении псевдодальности, так, например [5], ошибка бортовой шкалы времени в 1 мс приводит к эквивалентной ошибке определения псевдодальности в 300 км. Основной вклад в ошибку частотно-временного обеспечения вносят ошибки опорных рубидиево-цезиевых генераторов НИСЗ, ошибка опорного кварцевого генератора аппаратуры потребителя, а также задержки в аппаратуре НИСЗ и потребителя.

Средняя квадратическая ошибка сдвига бортовых шкал времени [5] составляет 9 нс через 2 ч и 25,4 нс цезиевого стандарта через сутки, 108 нс для рубидиевого стандарта в сутки. Средняя квадратическая ошибка опорного кварцевого генератора аппаратуры потребителя не хуже 1 мс в момент приёма кадра навигационного сообщения. Опорный кварцевый генератор приёмника потребителя осуществляет постоянную корректировку по шкалам времени НИСЗ.

Высокие точностные характеристики бортовых шкал времени НИСЗ, а также корректировки опорного генератора приёмника потребителя достигаются за счёт тщательного учёта релятивистских и гравитационных эффектов, обусловленных тремя причинами:

– НИСЗ ГЛОНАСС/GPS имеют высокую скорость;

– существует незначительная разность гравитационных потенциалов между НИСЗ и потребителем;

– вращение Земли соизмеримо с движением НИСЗ по небесной сфере.

Релятивистские и гравитационные эффекты учитываются во внутренних алгоритмах аппаратуры НИСЗ и потребителя, так как игнорирование этих эффектов может привести к ошибкам координатно-временного обеспечения, сравнимым с точностными характеристиками СРНС.

При реализации программных математических алгоритмов навигационно-геодезического обеспечения вне аппаратуры потребителя при вычислении координат НИСЗ на момент приёма кадра навигационного сообщения необходим учёт релятивистского эффекта в уравнении поправки перехода от бортовой шкалы времени к системной шкале, который осуществляется по формуле [16]:

$$\Delta t_r = F \cdot e \cdot \sqrt{a} \cdot \sin(E), \quad (4.55)$$

$$F = -2 \cdot \frac{\sqrt{\mu}}{c^2}, \quad (4.56)$$

где  $\mu$  – геоцентрическая гравитационная постоянная Земли,  $c$  – скорость света в вакууме,  $a$  – большая полуось орбиты,  $e$  – эксцентриситет орбиты НИСЗ,  $E$  – эксцентрическая аномалия.

## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ ПОТРЕБИТЕЛЯ ПО СРНС ГЛОНАСС/GPS

Как было отмечено в п.1, по известным координатам минимум четырёх НИСЗ и псевдодальностям до данных НИСЗ мы имеем возможность получить координаты потребителя относительно общеземного эллипсоида ПЗ - 90 или WGS - 84 с точностью порядка 18 м в плане и 28 м по высоте, скорости с точностью порядка 0,72 км/ч и время в UTC с точностью  $10^{-6}$  с, в любое время суток и независимо от метеоусловий с частотой 1 Гц.

Как было отмечено в п. 4, перед использованием измеренных псевдодальностей для определения координат потребителя необходимо учесть влияние возмущающих факторов на измерение расстояний до НИСЗ.

Будем считать, что в наших измерениях псевдодальностей отсутствуют грубые и систематические ошибки за счёт исключения из наблюдений неработоспособных НИСЗ и за счёт учёта влияния атмосферы и эффекта многолучёвости. Результат измерения является случайной величиной, тогда ошибка измерения на фазе несущей и по коду также будет случайной величиной. Помимо этого, будем считать, что эти случайные ошибки подчиняются нормальному распределению. Для разрешения неоднозначности мы можем воспользоваться методом наименьших квадратов (МНК), сущность которого [1] заключается в допущении, что "убыток" от замены точного (неизвестного) значения физической величины и её приближённого значения  $X$ , вычисленным по результатам наблюдений, пропорционален квадрату ошибки  $(X - a)^2$ . В этих условиях оптимальной оценкой естественно признать такую лишённую систематической ошибки величину  $X$ , для которой среднее значение «убытка» минимально.

В матричном виде основную задачу МНК можно сформулировать следующим образом [3]:

Пусть дана действительная матрица данных  $A$  размера  $m \times n$  и ранга  $k \leq \min(m, n)$  и действительный  $m$  - вектор наблюдений  $b$ , причём  $m \geq n$ . Найти действительный  $n$  - вектор  $x_0$ , минимизирующий евклидову длину вектора  $Ax - b$ .

На основании [20] запишем краткий алгоритм параметрического решения задачи МНК в матричной форме:

$$A \cdot x = b + V \text{ – уравнение поправок размера } m \times n. \quad (5.1)$$

$K$  – ковариационная матрица результатов измерений.

$$Q = \frac{1}{\sigma_0^2} K \text{ – матрица весовых коэффициентов.}$$

$$A^T \cdot K^{-1} \cdot A \cdot x = A^T \cdot K^{-1} \cdot b \text{ – нормальные уравнения.} \quad (5.2)$$

$$\hat{x} = (A^T \cdot K^{-1} \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot K^{-1} \cdot b \text{ – оценка наименьших} \quad (5.3)$$

квадратов неизвестных параметров.

$$\hat{b} = A \cdot (A^T \cdot K^{-1} \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot K^{-1} \cdot b \text{ – оценка вектора} \quad (5.4)$$

результатов измерений.

$$V = -b + \hat{b} = -b + A \cdot \hat{x} \text{ – оценка вектора поправок к} \quad (5.5)$$

составляющим вектора  $b$ .

$$V^T \cdot K^{-1} \cdot V = b^T \cdot K^{-1} \cdot b - b^T \cdot K^{-1} \cdot A \cdot \hat{x} \text{ – средневзве-} \quad (5.6)$$

шенная оценка квадратичной формы.

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T \cdot K^{-1} \cdot V}{m - n} \text{ – оценка дисперсии единичного веса.} \quad (5.7)$$

$$K_{\hat{x}} = (A^T \cdot K^{-1} \cdot A)^{-1} \text{ – ковариационная матрица} \quad (5.8)$$

неизвестных.



$$K_{A\hat{x}} = \hat{\sigma}_0^2 \cdot A \cdot (A^T \cdot Q^{-1} \cdot A)^{-1} \cdot A^T - \text{оценка кова-} \quad (5.9)$$

риационной матрицы вектора результатов измерений.

$$K_{\nu} = \hat{\sigma}_0^2 \cdot [Q - A \cdot (A^T \cdot Q^{-1} \cdot A)^{-1} \cdot A^T] - \text{оценка} \quad (5.10)$$

ковариационной матрицы поправок.

### 5.1. Абсолютный метод определения координат потребителя по СРНС второго поколения ГЛОНАСС/GPS

Соотношение между измеренными псевдодальностями, координатами НИСЗ и определяемыми координатами потребителя можно записать следующим образом:

$$P_i = \sqrt{(X_i^C - X_{\Pi})^2 + (Y_i^C - Y_{\Pi})^2 + (Z_i^C - Z_{\Pi})^2} + \Delta P_i, \quad (5.11)$$

где  $X_i^C, Y_i^C, Z_i^C$  – координаты НИСЗ на момент приёма навигационного сигнала потребителем,  $X_{\Pi}, Y_{\Pi}, Z_{\Pi}$  – координаты потребителя на момент приёма навигационного сигнала от НИСЗ,  $\Delta P_i$  – ошибка в псевдодальность за расхождение шкал времени НИСЗ и потребителя,  $i$  – номер НИСЗ.

При определении координат потребителя абсолютным методом по псевдодальностям минимум 4-х НИСЗ возникают два решения: ниже орбиты НИСЗ и выше орбиты НИСЗ относительно Земли. Для однозначного определения области решения необходимо использовать приближённые координаты потребителя  $X_{\Pi\_ПРИБ}, Y_{\Pi\_ПРИБ}, Z_{\Pi\_ПРИБ}$  [12]. Приближённые координаты берём с карты. Обладая приближёнными координатами, мы можем получить точное решение через вычисление поправки к приближённым координатам, используя итерационный процесс по МНК [12]. Итерационный процесс сходится тем быстрее, чем точнее приближённые координаты потребителя. Затем, используя все видимые НИСЗ (НИСЗ считается видимым, если он работоспособен, сигнал от него

принимается потребителем и находится выше линии горизонта относительно потребителя), рассчитываем и формируем вектор-градиент дальности по определяемым параметрам  $X_{\Pi}, Y_{\Pi}, Z_{\Pi}$ :

$$\frac{dP_i}{dX_{\Pi i}} = \frac{(X_{\Pi\_ПРИБ} - X_i^C)}{P_i}, \quad (5.12)$$

$$\frac{dP_i}{dY_{\Pi i}} = \frac{(Y_{\Pi\_ПРИБ} - Y_i^C)}{P_i}, \quad (5.13)$$

$$\frac{dP_i}{dZ_{\Pi i}} = \frac{(Z_{\Pi\_ПРИБ} - Z_i^C)}{P_i}, \quad (5.14)$$

$$\frac{dP_i}{d\Delta P_i} = 1, \quad (5.15)$$

$$\vec{g} = \left[ \frac{dP_i}{dX_{\Pi i}} \quad \frac{dP_i}{dY_{\Pi i}} \quad \frac{dP_i}{dZ_{\Pi i}} \quad 1 \right]^T. \quad (5.16)$$

Из векторов-градиентов (5.16) формируем градиентную матрицу:

$$Gp_{4 \times i} = \begin{pmatrix} \vec{g}_1 & \vec{g}_2 & \dots & \vec{g}_i \end{pmatrix}. \quad (5.17)$$

Далее формируем матрицу ошибок  $L$  (матрица-столбец), как разность между вычисленными значениями псевдодальностей  $P_i$  по формуле (5.11) и измеренными НГП значениями псевдодальностей  $P_{i\text{изм}}$ :

$$L_i = P_i - P_{i\text{изм}}. \quad (5.18)$$

Затем реализуем итерационный процесс нахождения координат потребителя по МНК:

$$R_{k+1} = R_k + (G_P \cdot K_P^{-1} \cdot G_P^T)^{-1} \cdot G_P \cdot K_P^{-1} \cdot L, \quad (5.19)$$

где  $K_P$  – диагональная ковариационная матрица наблюдений с априорным значением дисперсии измерений псевдодальности по коду ( $\sigma_P = 0,3$  м). Считаем, что измерения псевдодальностей

равноточные и некоррелированные,  $k$  – номер итерации,  $R_k$  – матрица-столбец искоемых координат потребителя на  $k$ -ой итерации:

$$R_k = (X_{П}, Y_{П}, Z_{П})^T. \quad (5.20)$$

Начальное значение:

$$R_0 = (X_{П\_ПРИБ}, Y_{П\_ПРИБ}, Z_{П\_ПРИБ})^T. \quad (5.21)$$

Итерационный процесс заканчиваем при условии, что

$$|R_{k+1} - R_k| < 0,1 \text{ м}. \quad (5.22)$$

Для оценки точности определения координат потребителя по внутренней сходимости вычисляем ковариационную матрицу ошибок определяемых параметров:

$$K_{\Delta R} = (G_P \cdot K_P^{-1} \cdot G_P^T)^{-1}, \quad (5.23)$$

где

$$K_{\Delta R} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_x \sigma_y & \sigma_x \sigma_z & \sigma_x \sigma_{\Delta P} \\ \sigma_y \sigma_x & \sigma_y^2 & \sigma_y \sigma_z & \sigma_y \sigma_{\Delta P} \\ \sigma_z \sigma_x & \sigma_z \sigma_y & \sigma_z^2 & \sigma_z \sigma_{\Delta P} \\ \sigma_{\Delta P} \sigma_x & \sigma_{\Delta P} \sigma_y & \sigma_{\Delta P} \sigma_z & \sigma_{\Delta P}^2 \end{bmatrix}. \quad (5.24)$$

## 5.2. Дифференциальный метод определения координат потребителя по СРНС второго поколения ГЛОНАСС/GPS с коррекцией координат

Как было отмечено в п. 1, дифференциальный режим с коррекцией координат предполагает наличие как минимум двух НГП в двух точках пространства на удалении до 150 – 200 км. При реализации дифференциального режима с коррекцией координат [12] координаты подвижного навигационного приёмника и опорной навигационной станции получают **абсолютным методом** по формуле (5.19), затем вычисляют ошибки координатно-временного

обеспечения опорного навигационного приёмника за счёт сравнения полученных мгновенных координат с точными координатами. Далее с учётом полученной мгновенной ошибки в координаты опорной навигационной станции вносится коррекция в координаты подвижного навигационного приёмника.

**В основе метода дифференциальной коррекции лежит относительное постоянство значительной части ошибок передаваемого сигнала от НИСЗ ГЛОНАСС/GPS во времени и пространстве за ионосферу, тропосферу и эфемериды в случае близкого расположения двух и более НГП относительно друг друга** (менее 200 километров), так как сигналы от НИСЗ ГЛОНАСС/GPS, которые удалены от потребителя на расстояние более 19 000 км, достигают этих навигационных приёмников по очень близким траекториям. При данном методе средняя квадратическая ошибка определения координат по ГЛОНАСС/GPS снижена до 0,3 – 1 м в зависимости от удаления от опорного НГП с частотой 1 Гц.

При реализации дифференциального режима с коррекцией координат необходимо использовать одно и то же созвездие НИСЗ как для опорного НГП, так и для НГП потребителя.

Дифференциальная поправка в координаты опорного НГП рассчитывается на основании [12] по формуле

$$\begin{bmatrix} \Delta X_{ОП\_НГП} \\ \Delta Y_{ОП\_НГП} \\ \Delta Z_{ОП\_НГП} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{ОП\_НГП\_текущие} \\ Y_{ОП\_НГП\_текущие} \\ Z_{ОП\_НГП\_текущие} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_{ОП\_НГП\_точные} \\ Y_{ОП\_НГП\_точные} \\ Z_{ОП\_НГП\_точные} \end{bmatrix}. \quad (5.25)$$

Точные координаты НГП потребителя вычисляются на основании [12] по формуле

$$\begin{bmatrix} X_{П\_точные} \\ Y_{П\_точные} \\ Z_{П\_точные} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{П\_текущие} \\ Y_{П\_текущие} \\ Z_{П\_текущие} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X_{ОП\_НГП} \\ \Delta Y_{ОП\_НГП} \\ \Delta Z_{ОП\_НГП} \end{bmatrix}. \quad (5.26)$$

### 5.3. Относительные фазовые определения двух неподвижных навигационно-геодезических приёмников

Как было отмечено в п. 1, для реализации режима в качестве исходных данных используют, помимо измеренных псевдодальностей по кодовой последовательности до НИСЗ, измеренную дробную часть поступающей фазы радионавигационного сигнала с ошибкой не более 3 мм

$$m \Phi_{П1}^C = m \Phi_{П2}^C = 3 \text{ мм.} \quad (5.27)$$

Измеренные дробные части поступающей фазы позволяют определять время распространения электромагнитного сигнала между двумя приёмниками с ошибкой не более  $10^{-9}$  с, что на два порядка точнее по сравнению с другими режимами метода дифференциальной коррекции.

Однако «сырая» фаза не несёт никакой информации о времени излучения сигнала НИСЗ в силу измерения лишь её дробной части, следовательно, мы не имеем никакой прямой возможности выяснить точное время распространения фазы несущей от НИСЗ, а именно число целых циклов. Мы лишь обладаем псевдодальностями по коду с дисперсией, на 2 порядка превосходящей измерения на фазе несущей, и дробной частью разности фаз. По сути, определение неизвестного числа целых циклов (методам определения неизвестного числа целых циклов посвящены многие монографии и диссертации [10, 14, 15, 17, 18, 19, 20]) или, другими словами, разрешение неоднозначности — основная проблема фазовых измерений, так как потеря одного цикла ведёт к ошибке измерений от НИСЗ до потребителя в 19, 24 см [18], вследствие того что передача навигационного сигнала осуществляется на двух частотах. Начальное число целых циклов неизвестно, однако с момента приёма навигационного сигнала НГП отслеживает изменение количества целых циклов от одного периода к следующему вплоть до потери сигнала (скольжение цикла) и при этом начальная неоднозначность сохраняет своё первоначальное значение на всём

протяжении сеанса измерений при условии его непрерывности [10]. Геометрический смысл измерений на фазе несущей с учётом неоднозначности показан на рис. 20 [10].

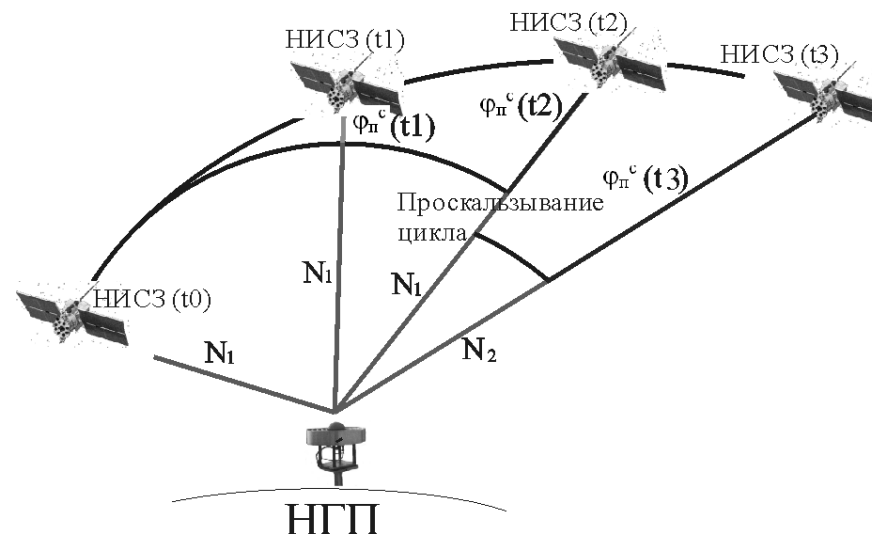


Рис. 20. Геометрический смысл измерений на фазе несущей

Определение неизвестного числа целых циклов возможно только после того, как устранены факторы, вносящие дополнительные ошибки в измерения (тропосферная и ионосферная рефракция, несинхронность бортовых эталонов частоты НИСЗ, несинхронность часов НГП, многолучевость и прочие) до 1/3 цикла длины волны на фазе несущей!

В то же время необходимо учесть, что ошибка измерения псевдодальности по коду  $m P1^c_{П} = m P2^c_{П}$  составляет от 10 до 30 см, при этом число целых циклов не может быть дробным, то есть является целым числом. Другими словами, ошибка измерения псевдодальности по коду лежит в пределах одного – двух целых циклов измерения на фазе несущей.

Запишем основные уравнения для сдвига фаз в единицах расстояния и для псевдодальности по C/A и P коду СРНС

ГЛОНАСС/GPS, регистрируемые НГП без учёта возмущающих факторов за тропосферную рефракцию, ионосферную рефракцию, эффекта многолучёвости и немоделируемых эффектов на основании формул (4.13, 4.14) и (4.2 – 4.3):

$$\Phi_{П1}^C = \varphi_{П1}^C \cdot \lambda_1 = \rho_{П}^C - c \cdot dt_{П} + c \cdot dt^C + \lambda_1^C \cdot N1_{П}^C, \quad (5.28)$$

$$\Phi_{П2}^C = \varphi_{П2}^C \cdot \lambda_2 = \rho_{П}^C - c \cdot dt_{П} + c \cdot dt^C + \lambda_2^C \cdot N2_{П}^C, \quad (5.29)$$

$$P1_{П1}^C = \rho_{П}^C - c \cdot dt_{П} + c \cdot dt^C, \quad (5.30)$$

$$P2_{П1}^C = \rho_{П}^C - c \cdot dt_{П} + c \cdot dt^C, \quad (5.31)$$

где  $dt_{П}$  – ошибка часов приёмника,  $dt^C$  – ошибка часов НИСЗ.

Как мы видим, уравнения (5.28 – 5.31) для двух частот  $f1$  и  $f2$  идентичны, с целью уменьшения объёма представляемых формул дальнейшие выкладки будем делать только для частоты  $f1$ .

### 5.3.1. Исключение влияния ошибки часов НИСЗ при разрешении неоднозначности

Рассмотрим случай одновременного наблюдения одного спутника двумя НГП а и б (рис. 21). Запишем уравнение для разности измерений на фазе несущей и по коду принимаемого радионавигационного сигнала от НИСЗ  $i$  для двух опорных НГП а и б на частоте  $f1$ :

$$\Phi_{a,\bar{b}}^i = \Phi_{a1}^i - \Phi_{\bar{b}1}^i, \quad (5.32)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{a,\bar{b}}^i &= \rho_a^i - c \cdot dt_a + c \cdot dt^i + \lambda_1^i \cdot N1_a^i - \\ &- \rho_{\bar{b}}^i + c \cdot dt_{\bar{b}} - c \cdot dt^i - \lambda_1^i \cdot N1_{\bar{b}}^i = \rho_a^i - \rho_{\bar{b}}^i + \\ &+ c \cdot (dt_{\bar{b}} - dt_a) + \lambda_1^i \cdot (N1_a^i - N1_{\bar{b}}^i), \end{aligned} \quad (5.33)$$

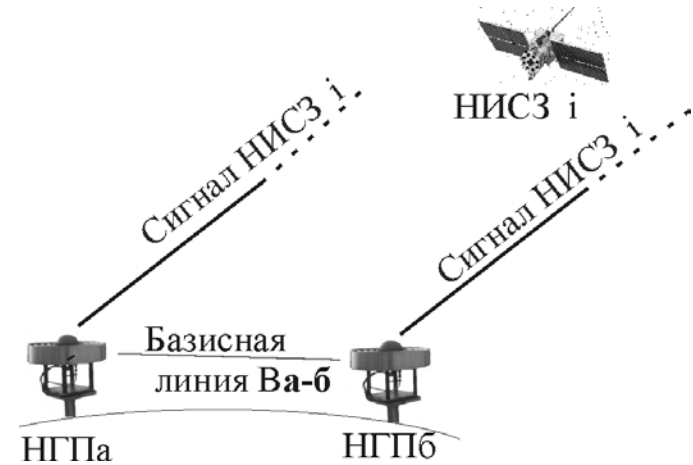
$$P1_{a,\bar{b}}^i = P1_a^i - P1_{\bar{b}}^i, \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned} P1_{a,\bar{b}}^i &= \rho_a^i - c \cdot dt_a + c \cdot dt^i - \rho_{\bar{b}}^i + c \cdot dt_{\bar{b}} - c \cdot dt^i = \\ &= \rho_a^i - \rho_{\bar{b}}^i + c \cdot (dt_{\bar{b}} - dt_a). \end{aligned} \quad (5.35)$$

Запишем:

$$N1_{a,\bar{b}}^i = N1_a^i - N1_{\bar{b}}^i. \quad (5.36)$$

**О п р е д е л е н и е :** *Первой разностью называется разность измерений на фазе несущей и по коду принимаемого радионавигационного сигнала от одного НИСЗ выполненных двумя НГП в одну и ту же эпоху.*



**Рис. 21. Первая разность**

Проанализируем формулы (5.32 – 5.35). Как видим, при относительных измерениях, используя первую разность, мы математически исключили влияние  $dt^C$  – ошибки часов НИСЗ на измерения псевдодальности несущей по коду и на фазе несущей. Средняя квадратическая ошибка первой разности определяется из соотношения:

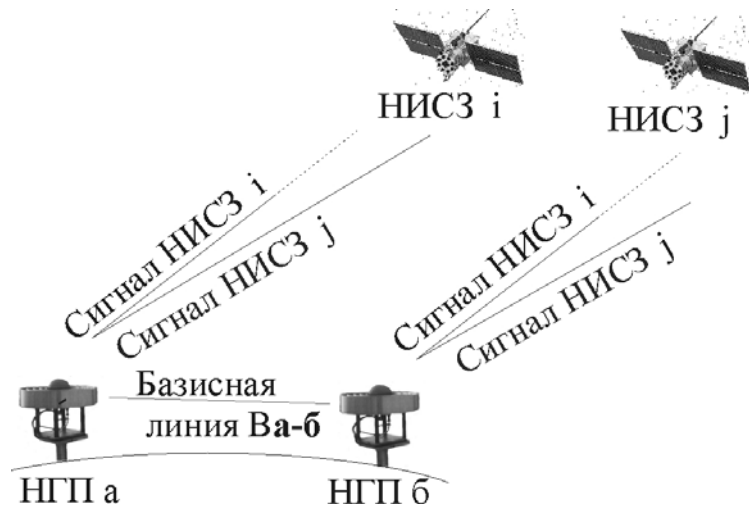
$$m^2 \Phi_{a,\bar{b}}^i = m^2 \Phi_{a1}^i + m^2 \Phi_{\bar{b}1}^i, \quad (5.37)$$

$$m^2 P1_{a,\bar{b}}^i = m^2 P1_a^i + m^2 P1_{\bar{b}}^i, \quad (5.38)$$

где  $m\Phi_{a1}^i = m\Phi_{\bar{b}1}^i = m\Phi_{П1}^C = 0,003м$ ,  $mP1_a^i = mP1_{\bar{b}}^i = mP1_{П}^C = 0,3м$ ,

тогда  $m \Phi_{a,\delta 1}^i = 0,004 м$ ,  $m P1_{a,\delta}^i = 0,424 м$ .

### 5.3.2. Исклучение влияния ошибки часов НГП при разрешении неоднозначности



**Рис. 22. Вторая разность**

Рассмотрим случай одновременного наблюдения двух НИСЗ  $i$  и  $j$  двумя НГП  $a$  и  $b$  (рис 22).

Запишем уравнение для разности первых разностей измерений на фазе несущей и по коду принимаемого радионавигационного сигнала от НИСЗ  $i$  и НИСЗ  $j$  для двух опорных НГП  $a$  и  $b$  на частоте  $f_1$ :

$$\Phi_{a,\delta 1}^{i,j} = \Phi_{a,\delta 1}^i - \Phi_{a,\delta 1}^j, \quad (5.39)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{a,\delta 1}^{i,j} &= \rho_a^i - \rho_\delta^i + c \cdot (dt_\delta - dt_a) + \lambda_1^i \cdot N1_{a,\delta}^i - \\ &- \rho_\delta^j + \rho_a^j - c \cdot (dt_\delta - dt_a) - \lambda_1^j \cdot N1_{a,\delta}^j = \rho_a^i - \rho_\delta^i - \rho_a^j + \\ &\rho_\delta^j + \lambda_1^i \cdot (N1_{a,\delta}^i - N1_{a,\delta}^j), \end{aligned} \quad (5.40)$$

$$P1_{a,\delta}^{i,j} = P1_{a,\delta}^i - P1_{a,\delta}^j, \quad (5.41)$$

$$\begin{aligned} P1_{a,\delta}^{i,j} &= \rho_a^i - \rho_\delta^i + c \cdot (dt_\delta - dt_a) - \rho_a^j + \rho_\delta^j - \\ &- c \cdot (dt_\delta - dt_a) = \rho_a^i - \rho_\delta^i + \rho_a^j + \rho_\delta^j. \end{aligned} \quad (5.42)$$

Запишем для СРНС GPS (в СРНС GPS в отличие от СРНС ГЛОНАСС принято кодовое разделение сигнала между НИСЗ поэтому в выражении (5.40) длины волн и отношение частот одинаковые для каждого НИСЗ):

$$N1_{a,\delta}^i - N1_{a,\delta}^j = N1_{a,\delta}^{i,j}. \quad (5.43)$$

Запишем для СРНС ГЛОНАСС/GPS:

$$\lambda_1^i \cdot N1_{a,\delta}^i - \lambda_1^j \cdot N1_{a,\delta}^j = (\lambda_1 N1)_{a,\delta}^{i,j}, \quad (5.44)$$

$$\rho_a^i - \rho_\delta^i - \rho_a^j + \rho_\delta^j = \rho_{a,\delta}^{i,j}. \quad (5.45)$$

**О п р е д е л е н и е :** *Второй разностью называется разность первых разностей измерений на фазе несущей и по коду принимаемого радионавигационного сигнала от двух НИСЗ двумя НГП в одну и ту же эпоху.*

Проанализируем формулы (5.39 – 5.42). Как видим, при относительных измерениях, используя вторую разность, мы математически исключили влияние  $dt_\Pi$  ошибки часов приёмника при измерении псевдодальности на фазе несущей и по коду.

Средняя квадратическая ошибка второй разности определяется из соотношения:

$$m^2 \Phi_{a,\delta 1}^{i,j} = m^2 \Phi_{a,\delta 1}^i + m^2 \Phi_{a,\delta 1}^j, \quad (5.46)$$

$$m^2 P1_{a,\delta}^{i,j} = m^2 P1_{a,\delta}^i + m^2 P1_{a,\delta}^j,$$

$$m \Phi_{a,\delta 1}^{i,j} = 0,006 м, m P1_{a,\delta}^{i,j} = 0,6 м.$$

После устранения ошибок часов приёмников и ошибок за несинхронность бортовых эталонов частоты НИСЗ перед нами

остаётся неразрешённой основная проблема фазовых измерений, а именно задача определения числа целых циклов.

Произведём предварительную оценку точности нахождения неоднозначностей (5.44) по вторым разностям для НИСЗ GNSS, используя ковариационную матрицу  $K_{\hat{x}}$  неизвестных (5.8) по МНК.

Действительная матрица данных для двойных разностей выражений (5.40 – 5.42) и (5.44 – 5.45) примет вид:

$$\begin{aligned} \text{rank}(A) &= 2 \\ m = 2, n &= 2 \end{aligned} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Действительный вектора наблюдений  $b$  и неизвестных  $\hat{x}$  для двойных разностей:

$$b = \begin{bmatrix} \Phi_{a,b1}^{i,j} & P1_{a,b}^{i,j} \end{bmatrix}^T, \quad x = \begin{bmatrix} (\lambda 1 N 1)_{a,b}^{i,j} & \rho_{a,b}^{i,j} \end{bmatrix}^T.$$

Составим весовую матрицу  $P$ , выражающую степень достоверности результатов измерений на основании среднеквадратических ошибок двойных разностей, вычисленных по формулам (5.46 – 5.47):

$$P = \text{diag} \left[ \frac{1}{\sigma^2 \Phi_{a,b1}^{i,j}}, \frac{1}{\sigma^2 P1_{a,b}^{i,j}} \right]^T.$$

Тогда на основании (5.8) ковариационная матрица неизвестных  $K_{\hat{x}}$  примет следующее значение:

$$K_{\hat{x}} = \begin{bmatrix} 0,36 & -0,36 \\ -0,36 & 0,36 \end{bmatrix} m^2.$$

Проанализируем ковариационную матрицу решения. Матрица  $K_{\hat{x}}$  характеризует зависимости между всеми парами случайных величин, участвующих в решении. Элементы, стоящие на главной диагонали  $K_{\hat{x}}$ , есть средние квадратические ошибки неизвестных вектора  $\hat{x}$ . Как мы видим, точность неизвестных только на основе

вторых разностей довольно низкая, так как соизмерима с длиной волны на частоте  $f_l$ , что может привести к проскальзыванию одного цикла. Для однозначного определения неоднозначностей вторых разностей требуется разработать методику снижения средних квадратических ошибок решения до 1/3 длины волны.

Воспользуемся связью количества параметрической информации с точностью оценивания параметров по Фишеру [6]. Пусть  $C$  – некоторая матрица плана, состоящая из базисных векторов-столбцов оцениваемой модели.  $Q$  – априорно известная ковариационная матрица данных. Тогда количество параметрической информации по Фишеру определяется [6]:

$$F = C \cdot Q^{-1} \cdot C = \frac{W}{\sigma_0^2} = D^{-1}. \quad (5.47)$$

Если имеются две информационные матрицы  $F_1$  и  $F_2$  и разность  $\Delta F = F_2 - F_1$  положительно определена, другими словами, если матрица  $F_2$  содержит больше параметрической информации, чем матрица  $F_1$ , то при одной и той же точности наблюдений  $\sigma_0$  разность  $\Delta W = W_2 - W_1$  будет тоже положительно определена и тогда:

$$\begin{aligned} D_2 &= \frac{\sigma_0^2}{W_2} = \frac{\sigma_0^2}{W_1 + \Delta W} = \frac{\sigma_0^2}{W_1 \cdot \left( 1 - \frac{\Delta W}{W_1 - W_2} \right)} = \\ &= D_1 - \frac{\sigma_0^2 \cdot \Delta W}{W_1 \cdot W_2}, \end{aligned} \quad (5.48)$$

откуда получаем, что разность  $\Delta D = D_1 - D_2$  положительно определена и, следовательно, МНК оценки параметров, соответствующие матрице  $F_2$ , оказываются точнее оценок, соответствующих матрице  $F_1$ . Другими словами, чем больше параметрической информации, тем точнее оценки параметров.

Если мы не имеем возможности увеличить количество измерений, то для повышения точности на основании вышеизложенного нам необходимо увеличить количество параметрической информации путём учёта априорной информации о самих параметрах, которая

вытекает из геометрической и физической сущности данных параметров. Количество параметрической информации можно увеличить и за счёт предшествующих оценок, однако мы не всегда обладаем таковыми, особенно в начальную эпоху, а также предшествующие оценки могут быть смещены в какой-либо из эпох наблюдений.

Остановимся на подробном рассмотрении методов увеличения количества параметрической информации путём учёта априорной информации о самих параметрах, которые помогут нам разработать методику разрешения основной проблемы фазовых измерений для целей координатно-временного обеспечения железнодорожного транспорта.

### 5.3.3. Методы увеличения количества параметрической информации

Существуют два классических метода учёта геометрической и физической сущности измерений на фазе несущей для разрешения неоднозначности [18] на основе использования первых и вторых разностей, полученных в различные эпохи наблюдений на фазе несущей. Эти методы используют следующие дополнительные условия:

- длина базисной линии между двумя НГП и положение НГП в пространстве - времени остаются неизменными;
- начальная неоднозначность сохраняет своё первоначальное значение на всём протяжении сеанса измерений при условии его непрерывности.

«Доплер» основан на рассмотрении случая одновременного наблюдения одного НИСЗ двумя НГП а и б в две различные эпохи обсервации  $t_1$  и  $t_2$  (рис. 23).

**Определение:** «Доплер» – разность двух первых разностей на фазе несущей принимаемого радионавигационного сигнала от двух НИСЗ двумя НГП в две различные эпохи обсервации.

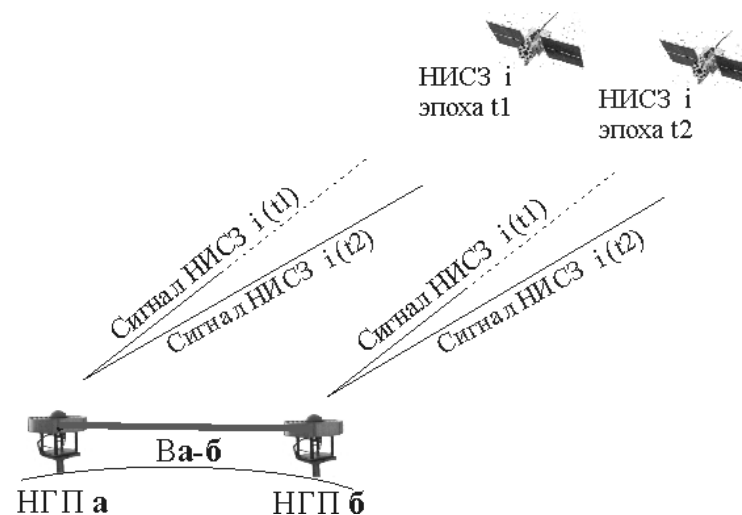


Рис. 23. «Доплер»

Название «Доплер» не отображает физического смысла данного метода, и правильнее было бы назвать данный метод «разность первых разностей консекитивных периодов». Запишем уравнение для разности первых разностей измерений на фазе несущей принимаемого радионавигационного сигнала от НИСЗ  $i$  на частоте  $f_l$  для двух опорных НГП а и б в две различные эпохи  $t_1$  и  $t_2$  (выражения идентичны для двух СРНС ГЛОНАСС/GPS):

$$\Phi_{a,\bar{o}l}^i(t_1, t_2) = \Phi_{a,\bar{o}l}^i(t_2) - \Phi_{a,\bar{o}l}^i(t_1), \quad (5.49)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{a,\bar{o}l}^i(t_1, t_2) = & \rho_a^i(t_2) - \rho_o^i(t_2) + c \cdot (dt_o - dt_a)(t_2) + \\ & + \lambda_1^i \cdot (N1_a^i - N1_o^i) - \rho_a^i(t_1) + \rho_o^i(t_1) - c \cdot (dt_o - dt_a)(t_1) - \\ & - \lambda_1^i \cdot (N1_a^i - N1_o^i) = \rho_a^i(t_2) - \rho_o^i(t_2) - \rho_a^i(t_1) + \\ & + \rho_o^i(t_1) + c \cdot (dt_o(t_2) - dt_a(t_2) - dt_o(t_1) + dt_a(t_1)). \end{aligned} \quad (5.50)$$

Обозначим:

$$\rho_a^i(t_1) - \rho_o^i(t_1) = \rho_{a,\bar{o}}^i(t_1), \quad (5.51)$$



$$\rho_a^i(t_2) - \rho_b^i(t_2) = \rho_{a,b}^i(t_2) , \quad (5.52)$$

$$dt_b(t_1) - dt_a(t_1) = dt_{b,a}(t_1) , \quad (5.53)$$

$$dt_b(t_2) - dt_a(t_2) = dt_{b,a}(t_2) . \quad (5.54)$$

Средняя квадратическая ошибка метода «Доплер» определяется из соотношения:

$$m^2 \Phi_{a,b1}^i(t_1, t_2) = m^2 \Phi_{a,b1}^i(t_2) + m^2 \Phi_{a,b1}^i(t_1) , \quad (5.55)$$

$$m^2 \Phi_{a,b1}^i(t_1, t_2) = 0,006 \text{ м.}$$

Проанализируем выражения (5.50). Как мы видим, неоднозначность целых циклов при использовании метода «Доплер» математически исключается. Обратите внимание, что мы оперируем малыми величинами и поэтому отбрасывать члены за несинхронность опорных генераторов НГП нельзя. Синхронность опорных генераторов НГП должна сводиться к 0,01 нс, так как уже несинхронность в 0,1 нс вносит ошибку в 0,16 циклов при слежении за электромагнитным сигналом НИСЗ [18]. При использовании данной методики необходимо постоянно отслеживать ошибки за слежением подсчёта целых циклов от начальной эпохи наблюдений, так как только при данном условии член за неоднозначность целых циклов остаётся неизменным в консекитивные периоды (см. рис. 20).

**Третьи разности.** Основаны на рассмотрении случая одновременного наблюдения двух НИСЗ двумя НГП а и б в две различные эпохи обсервации  $t_1$  и  $t_2$  (рис. 24).

**Определение:** Третьей разностью называется разность двух вторых разностей на фазе несущей принимаемого радионавигационного сигнала от двух НИСЗ двумя НГП в две различные эпохи обсервации.

Запишем уравнение для третьих разностей измерений на фазе несущей принимаемого радионавигационного сигнала от НИСЗ  $i$  и

НИСЗ  $j$  на частоте  $f_l$  для двух опорных НГП а и б в две различные эпохи  $t_1$  и  $t_2$ :

$$\Phi_{a,b1}^{i,j}(t_1, t_2) = \Phi_{a,b1}^{i,j}(t_2) - \Phi_{a,b1}^{i,j}(t_1) , \quad (5.56)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{a,b1}^{i,j}(t_1, t_2) &= \rho_{a,b}^i(t_2) - \rho_{a,b}^j(t_2) + \lambda_1^i \cdot (N1_{a,b}^i - N1_{a,b}^j) - \\ &- \rho_{a,b}^i(t_1) + \rho_{a,b}^j(t_1) - \lambda_1^j \cdot (N1_{a,b}^i - N1_{a,b}^j) = \\ &= \rho_{a,b}^i(t_2) - \rho_{a,b}^j(t_2) - \rho_{a,b}^i(t_1) + \rho_{a,b}^j(t_1) . \end{aligned} \quad (5.57)$$

Обозначим:

$$\rho_{a,b}^i(t_1) - \rho_{a,b}^j(t_1) = \rho_{a,b}^{i,j}(t_1) , \quad (5.58)$$

$$\rho_{a,b}^i(t_2) - \rho_{a,b}^j(t_2) = \rho_{a,b}^{i,j}(t_2) . \quad (5.59)$$

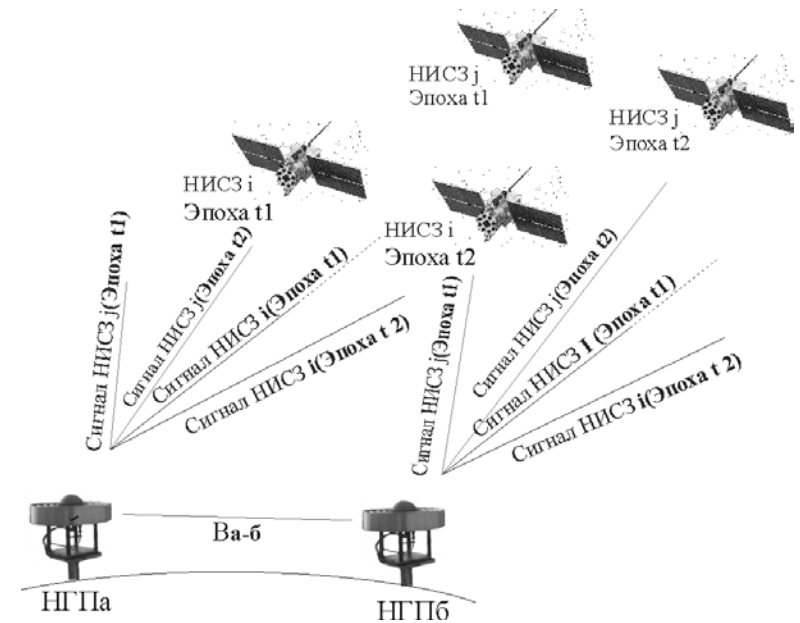


Рис. 24. Третьи разности



Средняя квадратическая ошибка метода третьих разностей определяется из соотношения:

$$m^2 \Phi_{a,\bar{b}1}^{i,j}(t_1, t_2) = m^2 \Phi_{a,\bar{b}1}^{i,j}(t_2) + m^2 \Phi_{a,\bar{b}1}^{i,j}(t_1), \quad (5.60)$$

$$m \Phi_{a,\bar{b}1}^{i,j}(t_1, t_2) = 0,008 \text{ м.}$$

Проанализируем выражения (5.57). Как видим, неоднозначность целых циклов при использовании метода третьих разностей математически исключается. Как и в методе «Доплер», мы оперируем малыми величинами. Однако жёстких требований к синхронности опорных генераторов НГП нет, так как мы используем в качестве основы вторые разности. Однако, как и в методе «Доплере», при использовании данной методики необходимо постоянно отслеживать ошибки за слежением подсчёта целых циклов от начальной эпохи наблюдений, так как только при данном условии член за неоднозначность целых циклов остаётся неизменным в консекитивные периоды (см. рис. 20).

Произведём предварительную оценку точности нахождения неоднозначностей (5.44) по вторым и третьим разностям (5.57) для 4 НИСЗ за шесть эпох, используя ковариационную матрицу  $K_{\hat{x}}$  неизвестных (5.8) по МНК.

Действительный вектора наблюдений  $b$  и неизвестных  $\hat{x}$  для вторых и третьих разностей:

$$\begin{aligned} b &= (\Phi_{a,\bar{b}1}^{1,2}(t_1) \ P1_{a,\bar{b}}^{1,2}(t_1) \ \dots \ P1_{a,\bar{b}}^{3,4}(t_1) \ \Phi_{a,\bar{b}1}^{1,2}(t_1, t_2) \ P1_{a,\bar{b}}^{1,2}(t_1, t_2) \ \dots \\ &\dots \ \Phi_{a,\bar{b}1}^{3,4}(t_2, t_3) \ P1_{a,\bar{b}}^{3,4}(t_2, t_3) \ \dots \ P1_{a,\bar{b}}^{3,4}(t_1, t_6))^T, \\ \hat{x} &= (\rho_{a,\bar{b}}^{1,2}(t_1) \ \rho_{a,\bar{b}}^{1,3}(t_1) \ \dots \ \rho_{a,\bar{b}}^{3,4}(t_6) \ (\lambda 1 N1)_{a,\bar{b}}^{1,2} \ \dots \ (\lambda 1 N1)_{a,\bar{b}}^{3,4})^T. \end{aligned}$$

Действительная матрица данных  $A$  для данного случая примет вид:

$$A = \begin{bmatrix} A2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A1 \\ 0 & A2 & 0 & 0 & 0 & 0 & A1 \\ 0 & 0 & A2 & 0 & 0 & 0 & A1 \\ 0 & 0 & 0 & A2 & 0 & 0 & A1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A2 & 0 & A1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A2 & A1 \\ A3 & A4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A3 & A4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A3 & 0 & A4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A3 & A4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A3 & 0 & A4 & 0 & 0 & 0 \\ A3 & 0 & 0 & A4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A3 & A4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A3 & 0 & A4 & 0 & 0 \\ 0 & A3 & 0 & 0 & A4 & 0 & 0 \\ A3 & 0 & 0 & 0 & A4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A3 & A4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A3 & 0 & A4 & 0 \\ 0 & 0 & A3 & 0 & 0 & A4 & 0 \\ A3 & 0 & 0 & 0 & 0 & A4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, A4 = -A3.$$

$$A2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Составим весовую матрицу  $P$ , выражающую степень достоверности результатов измерений на основании средних

квадратических ошибок вторых разностей, вычисленных по формулам (5.46 – 5.47) и (5.60):

$$P = \text{diag} \left( \frac{1}{m^2 \Phi_{a,\delta}^{1,2}(t_1)} \quad \frac{1}{m^2 P1_{a,\delta}^{1,2}(t_1)} \quad \cdots \quad \frac{1}{m^2 P1_{a,\delta}^{3,4}(t_6)} \right. \\ \left. \frac{1}{m^2 \Phi_{a,\delta}^{1,2}(t_1, t_2)} \quad \cdots \quad \frac{1}{m^2 \Phi_{a,\delta}^{3,4}(t_1, t_6)} \right)^T.$$

На основании (5.8) – главная диагональ ковариационной матрицы неизвестных:

$$K_{\hat{x}} = [0; 0; 0; 0; \dots; 0,06; 0,06; 0,06; 0,06; 0,06; 0,06] m^2.$$

Как мы видим, предварительные значения средних квадратических ошибок неизвестных на основе вторых и третьих разностей за шесть эпох полностью удовлетворяют требованиям к точности определения целого числа циклов вторых разностей. Третьи разности позволяют нам в определении неоднозначностей вторых разностей использовать совместно результаты всех эпох наблюдений при условии непрерывности процесса измерений. Чем больше эпох мы используем, тем точнее и качественнее мы получаем решения не только для определения неоднозначностей, но и для выявления таких факторов, как нестабильность бортовых эталонов частоты НИСЗ и НГП. При этом происходит равномерный учёт ошибок бортовых эфемерид и неучтённого влияния ионосферы и тропосферы.

При получении неизвестного числа целых циклов вторых разностей следует учесть то условие, что неоднозначность – целое число.

Простое округление до ближайшего целого не всегда приводит к положительному результату. Поэтому наиболее продуктивный подход – поиск наимвероятнейшего значения числа целых циклов вокруг найденного с использованием третьих разностей по МНК с использованием в качестве критерия истинности априорно известного с субсантиметровой точностью приращения координат между двумя опорными НГП.

Кроме того, для данных двух методов увеличения количества параметрической информации в целях разрешения

неоднозначностей возникает задача выявления проскальзывания целых циклов. При этом необходимо соблюсти условие, что начальная неоднозначность сохраняет своё первоначальное значение на всём протяжении сеанса измерений при условии его непрерывности. Данную задачу можно решить на основании следующего алгоритма:

1. Разбиваем полученный массив измерений на массивы, содержащие измерения 6-ти эпох.

2. Последовательно обрабатываем по МНК данный ряд массивов измерений от начальной до конечной эпохи наблюдений.

3. Производим последовательное сравнение полученных значений неоднозначностей вторых разностей между собой. При выявлении в каком-либо из массивов измерений отличное от предыдущих массивов значения неоднозначностей к предыдущему массиву последовательно добавляем эпохи наблюдения из данного массива.

4. Вновь сформированные массивы из данных 10-ти эпох последовательно обрабатываем до выявления эпохи, в которой произошёл сбой.

5. Предыдущую эпоху считаем заключительной в данном сеансе. Последующую эпоху после сбоя считаем первой эпохой в новом сеансе и обрабатываем её независимо от предыдущего сеанса.

Различные решения данной задачи подробно рассмотрены в работе [10].

Как только мы определили неоднозначность целых циклов для двух НГП, используя комбинацию первых, вторых разностей и разностей метода "Доплер", мы однозначно определяем псевдодальности до  $4^x$  и более НИСЗ по МНК. Затем решаем задачу координатно-временного обеспечения с использованием алгоритмов абсолютного режима и режима дифференциальной коррекции.

Полученные координаты в одной из общеземных систем координат (ПЗ-90, WGS-84 или ITRF-90) будут иметь субсантиметровую точность относительно одного из НГП, но в то же самое время низкую абсолютную точность.

На практике эти два метода разрешения неоднозначности пригодны для получения решения только в режиме пост обработки.

## **6. ПРИМЕНЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**

### **6.1. Дифференциальный режим с коррекцией координат**

Точность порядка 0,5 – 1 м данного метода относительного позиционирования по СРНС ГЛОНАСС/GPS позволяет совместно с использованием устройств СЦБ и связи на железнодорожных магистралях осуществлять контроль:

- свободы станционных путей и перегонов на основе определения длины состава [7];
- местоположения самостоятельных подвижных единиц на станциях (внедрение в маневровую автоматическую локомотивную сигнализацию - МАЛС и в горочную автоматическую локомотивную сигнализацию - ГАЛС).

При реализации данного метода на железнодорожных линиях, где отсутствует развитая инфраструктура радиосвязи, наиболее оптимально устанавливать опорные навигационно-геодезические станции, не связанные между собой, оборудованные точечными каналами радиосвязи.

Для однозначной идентификации локомотива на железнодорожном полотне необходимо иметь в наличии цифровую модель путевого развития, так как координаты в общеземной системе или локальной системе координат не несут никакой полезной информации диспетчеру о местоположении локомотива, работающего в одноосной системе координат на основании информации о номере пути и пикета. Цифровая модель пути является неотъемлемой частью навигационного комплекса станционного устройства МАЛС и ГАЛС.

Для создания цифровой модели пути для станций необходимо:

1. Посредством геодезического оборудования произвести определение координат всех устройств СЦБ и точек их

подключения, участвующих в процессе управления движения поездов.

2. Произвести определение координат осей пути с точностью 0,1 – 0,2 м. Началом и концом участка пути на станции считать остряки стрелочных переводов и изолированные стыки.

3. Обладая координатной информацией об участках пути, ограниченных стрелочными переводами с точной геодезической привязкой, строим полиномы (функции), описывающие участки пути. Для каждого конкретного участка пути получают конкретную функцию, входными данными для которой будут выступать координаты стрелочных переводов и/или изолированных стыков, ограничивающих участок, и координатная информация, полученная от навигационного оборудования СРНС ГЛОНАСС/GPS.

Для однозначной идентификации локомотива в пикетной системе координат ЭВМ поста ЭЦ или локомотива необходимо обладать следующей информацией:

- номером участка пути следования подвижной единицы, ограниченного стрелочными переводами и/или изолированными стыками с известными координатами;
- координатами, полученными от навигационного оборудования СРНС ГЛОНАСС/GPS;
- матрицей перехода между общеземной системой координат и местной станционной системой координат;
- номером функции, описывающим участок пути.

В то же самое время, обладая информацией о скорости движения, о пути, пройденном локомотивом, мы всегда сможем проконтролировать работу навигационного оборудования СРНС ГЛОНАСС/GPS локомотива, подставив данные значения в качестве исходных данных в функции, описывающие участок пути, получив координаты локомотива в станционной системе координат.

### 6.1.1. Контроль свободности участков пути на основе определения длины состава на пункте контроля полносоставности

На железнодорожном транспорте контроль свободности участков пути является одним из основных критериев обеспечения безопасности движения железнодорожного транспорта. На сегодняшний день получили распространение в основном два метода контроля: на базе рельсовых электрических цепей и на базе системы счёта осей.

НГП СРНС ГЛОНАСС/GPS позволяют реализовать иной принцип построения систем контроля свободности участков пути на основе определения длины подвижного состава на пункте контроля полносоставности.

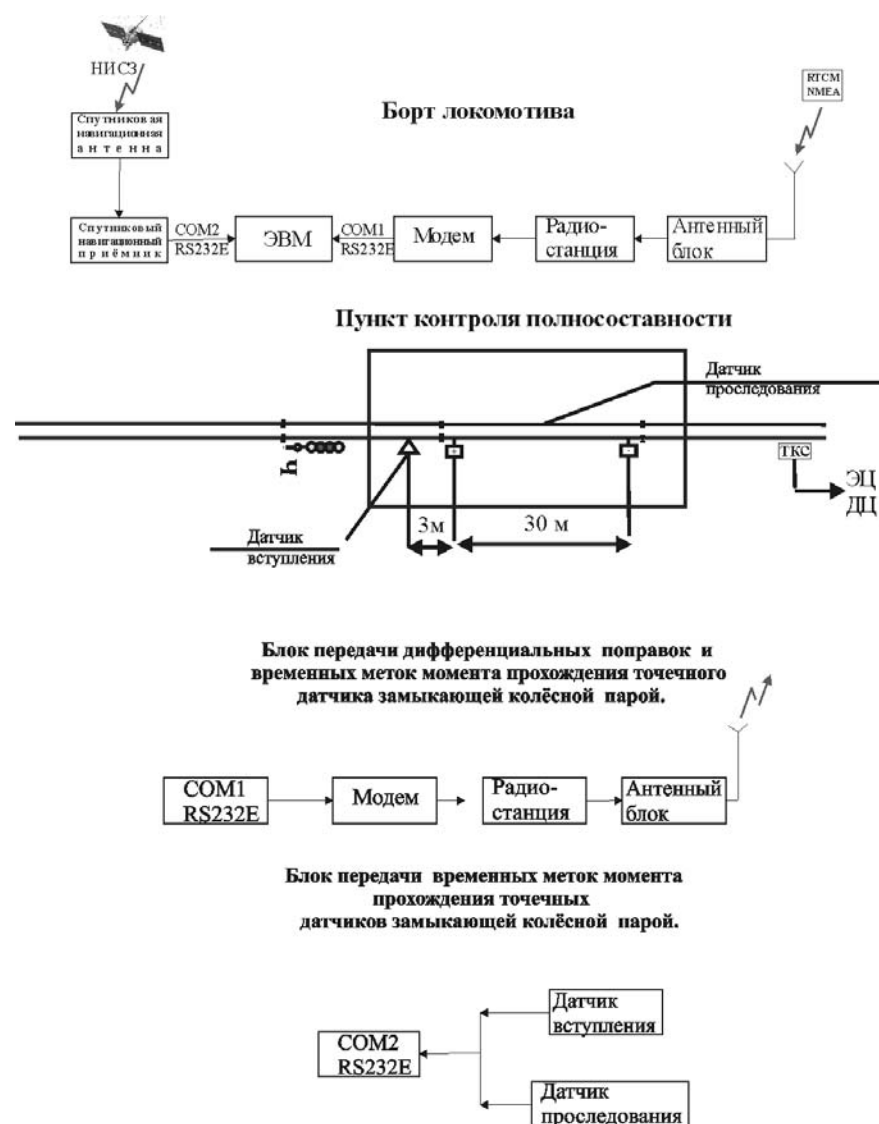
Самостоятельная подвижная единица оборудуется НГП, работающим в режиме дифференциальной коррекции. В пункте контроля полносоставности оборудуется точечный датчик определения положения подвижной единицы, датчик проследования состава и управляющий канал радиосвязи (РС). В непосредственной близости от точечного датчика располагают опорный НГП для выработки корректирующей поправки в координаты НГП на самостоятельной подвижной единице. Координаты точечного датчика зашиты в бортовой компьютер локомотива. Момент прохождения первой колёсной пары по точечному датчику фиксируется. На момент прохождения точечного датчика координаты первой колёсной пары известны, так как они равны координатам точечного датчика. Момент прохождения последней колёсной пары замыкающего вагона фиксируется датчиком проследования состава и по РС передаётся на локомотив. Приращение координат относительно точечного датчика и даёт истинную длину состава. Измеренная длина состава по каналу РС передаётся на станцию.

**В а р и а н т      п о с т р о е н и я      с и с т е м ы .** На локомотивах, не оборудованных бортовыми устройствами контроля полносоставности, необходимо устанавливать НГП, работающие в режиме дифференциальной коррекции с частотой обновления

навигационной информации 1 Гц. НГП оборудуется внешней антенной. Борт должен быть оснащён бортовой ЭВМ и цифровым радиоканалом (*рис. 25*). Ошибка координатно-временного решения не должна превышать 1м в плане относительно пункта контроля полносоставности.

В силу того, что координаты поезда получаем с периодичностью 1 Гц, момент прохождения последней колёсной пары относительно точечного датчика вступления может оказаться в промежутке между двумя наблюдениями (моментами получения координат по СРНС ГЛОНАСС/GPS), что приводит к максимальной ошибке определения длины состава, равной 39 м, при скорости движения, равной 140 км/ч. Для этого необходимо в устройстве обработки навигационной информации реализовать алгоритм интерполяции координат первой колёсной пары на момент прохождения последней колёсной пары точечного датчика по граничным условиям – по координатам с точным моментом времени предыдущего и последующего моментов прохождения датчика вступления вычислять истинные координаты первой колёсной пары поезда на момент проследования последней колёсной парой точечного датчика вступления. Пункт контроля полносоставности на основе устройства спутниковой навигации (*см. рис. 25*) оборудуется точечным датчиком вступления, точность определения момента вступления не хуже  $10^{-2}$  с; датчиком проследования состава на основе рельсовой цепи длиной 30 м и управляющим каналом радиосвязи. В непосредственной близости от точечного датчика располагают опорный НГП, для выработки корректирующей поправки в координаты навигационного приёмника на самостоятельной подвижной единице, а также выдачи импульсов времени с точностью  $10^{-7}$  с.

На *рис. 25*: ТКС – точечный канал радиосвязи, ЭЦ – электрическая централизация, ДЦ – диспетчерская централизация, Ч – входной светофор. Координаты точечного датчика зашиваются в бортовой компьютер локомотива или передаются посредством радиоканала на борт локомотива. Момент прохождения первой колёсной пары по точечному датчику фиксируется и передаётся в качестве дополнительной контрольной информации в аппаратуру



**Рис. 25. Структурная схема построения пункта контроля полносоставности**

выработки корректирующей информации, а затем на борт локомотива. На момент прохождения точечного датчика координаты первой колёсной пары известны, так как они равны координатам точечного датчика.

Момент прохождения последней колёсной пары замыкающего вагона фиксируется с точностью не хуже  $10^{-2}$  с точечным датчиком и передаётся в аппаратуру выработки корректирующей информации. Далее пакет корректирующей информации посредством радиосвязи передаётся на борт локомотива. Приращение координат первой колёсной пары локомотива относительно датчика вступления в момент прохождения замыкающей колесной пары состава и даёт истинную длину состава. Измеренная длина состава по каналу радиосвязи передаётся на станцию.

Длина состава рассчитывается после прохождения датчика проследования. Перегон считается свободным, если вышедшая и измеренная длины равны. Устройства контроля должны размещаться за входным светофором. Система должна включаться с открытием входного светофора.

**Требования к точности и техническим характеристикам системы.** Точность определения координат первой и последней колёсной пары для контроля полносоставности проследования участка пути, а также периодичность обновления координатно-временной информации определяется минимальной длиной базы между первой автосцепкой и последней колёсной парой используемых подвижных единиц. Данное значение равняется 10,5 м. Следовательно, для однозначного определения количества вагонов в составе необходимо осуществлять измерение длины состава в два раза точнее, с ошибкой менее 5,25 м.

На измерение длины состава посредством спутниковой навигационной аппаратуры и точечными датчиками проследования влияют такие ошибки, как ошибка:

- 1) за изменение длины состава при изменении ускорения движения;
- 2) за неучтённое изменение ускорения при изменении ускорения движения;
- 3) в пройденный путь за моменты между наблюдениями;
- 4) определения координат методом дифференциальной коррекции;
- 5) за время срабатывания датчика вступления;
- 6) за время срабатывания датчика проследования.

Рассмотрим эти ошибки.

*1. Ошибка за изменение длины состава при изменении ускорения движения.*

Изменение длины состава при изменении ускорения движения на каждый вагон рассчитывается на основе следующих исходных данных: люфт автосцепки между двумя подвижными единицами составляет 40 мм [9], амортизация автосцепки на одной подвижной единице составляет 30 мм [9].

С учётом данных значений изменение длины состава за один вагон составит 10 см, тогда средняя квадратическая ошибка в метрах за изменение общей длины состава без учёта последней автосцепки рассчитывается по формуле

$$m_D = 0,1 \cdot N - 0,5, \quad (6.1)$$

где N – количество вагонов.

*2. Ошибка за неучтённое изменение ускорения при изменении ускорения движения.*

Максимальное значение неучтённого ускорения при измерении ускорения движения подвижного состава составляет  $1 \text{ м/с}^2$ , что вносит среднюю квадратическую ошибку в определении координат первой колёсной пары за 1 с относительно точечного датчика  $m_a = 0,5 \text{ м}$ , при частоте опроса датчиков вступления и проследования 100 Гц данная ошибка снизится до значения 0,005 м.

*3. Ошибка в пройденный путь за моменты между наблюдениями.* Периодичность без запросного определения координат по СРНС

ГЛОНАСС/GPS составляет 1 Гц. При максимальной скорости движения подвижного состава 140 км/ч поезд проходит за 1 с расстояние равное 39 м, что вносит среднюю квадратическую ошибку в определение длины поезда  $m_L = 39 \text{ м}$ , следовательно, необходимо получение координат первой и последней колёсной пары подвижного состава с большей периодичностью, чем 1 Гц. При частоте опроса датчиков вступления и проследования 100 Гц данная ошибка снизится до  $m_L = 0,39 \text{ м}$ .

*4. Ошибка определения координат методом дифференциальной коррекции.* Средняя квадратическая ошибка определения координат методом дифференциальной коррекции  $m_K$  первой и последней колёсной пары не более 1 м на удалении до 5 км от пункта контроля полносоставности.

*5. Ошибка за время срабатывания датчика вступления.*

Время срабатывания датчика вступления составляет 0,01 с. За это время поезд с максимальной скоростью движения пройдёт путь, равный 0,39 м. Следовательно, средняя квадратическая ошибка за время срабатывания датчика вступления  $m_D = 0,39 \text{ м}$ .

*6. Ошибка за время срабатывания датчика проследования.*

Ошибка за время срабатывания датчика проследования на измерение длины подвижного состава не влияет и может быть сколь угодно большой, так как основная цель датчика проследования – сообщить устройству контроля полносоставности о том, что последняя ось подвижной единицы проследовала (какое именно измерение датчика вступления является последним).

Тогда суммарная средняя квадратическая ошибка  $m_\Sigma$  при длине состава, равной 56-ти вагонам, и частотой опроса точечного датчика, равной 100 Гц, составит:

$$m_\Sigma = \sqrt{m_D^2 + m_a^2 + m_L^2 + m_K^2 + m_D^2} = 5,23 \text{ м}, \quad (6.2)$$

что в два раза меньше, чем длина минимальной базы подвижной единицы.

### 6.1.2. Контроль положения самостоятельных подвижных единиц на станциях

На станции (рис. 26) создаются местная (станционная) система координат и цифровая модель путевого развития (ЦМПР), а также устанавливаются два опорных НГП. Места установки опорных НГП являются реперами опорной геодезической сети станции. Каждый локомотив, участвующий в работе станции, также оснащается навигационным оборудованием. ЦМПР станции является информационным обеспечением навигационной подсистемы МАЛС/ГАЛС и записывается в постовую ЭВМ МАЛС/ГАЛС.

НГП локомотива осуществляет приём навигационной информации (кадр навигационного сообщения) от НИСЗ и осуществляет измерение псевдодальностей до видимых НИСЗ в диапазоне L1 по коду. Далее формирует пакет с измеренными псевдодальностями по коду, указывая, к какому конкретному НИСЗ она относится, и отправляет его в диспетчерский центр станции. В диспетчерском центре станции установлена ЭВМ, отвечающая за обработку навигационной информации СРНС ГЛОНАСС/GPS. На данную ЭВМ стекается навигационная информация и от двух опорных НГП станции. Используя априорную информацию о дислокации опорных НГП, с учётом видимых для локомотива НИСЗ, формируют созвездие из 4-х НИСЗ, которое позволяет получить приращение координат между двумя опорными НГП станции с минимальной дисперсией.

На рис. 26: 1 – НГП; 2 – модемы; 3 – физический канал связи; 4 – основной компьютер МАЛС/ГАЛС; 5 – дополнительный компьютер для решения навигационно-геодезической задачи по СРНС ГЛОНАСС/GPS; 6 – локомотив, оборудованный НГП; 7 – путевое развитие станции, описанное посредством полиномов первого и второго порядков ( $x = f_1(y), \dots, f_7(y)$ ) – ЦМПР; 8 – геодезические пункты, задающие местную систему координат; 9 – цифровой канал радиосвязи; 10 – антенна радиомодема;  $X_M, Y_M, Z_M$  – местная система координат;  $X_{ПЗ90}, Y_{ПЗ90}, Z_{ПЗ90}$  – общеземная система координат СРНС ГЛОНАСС.

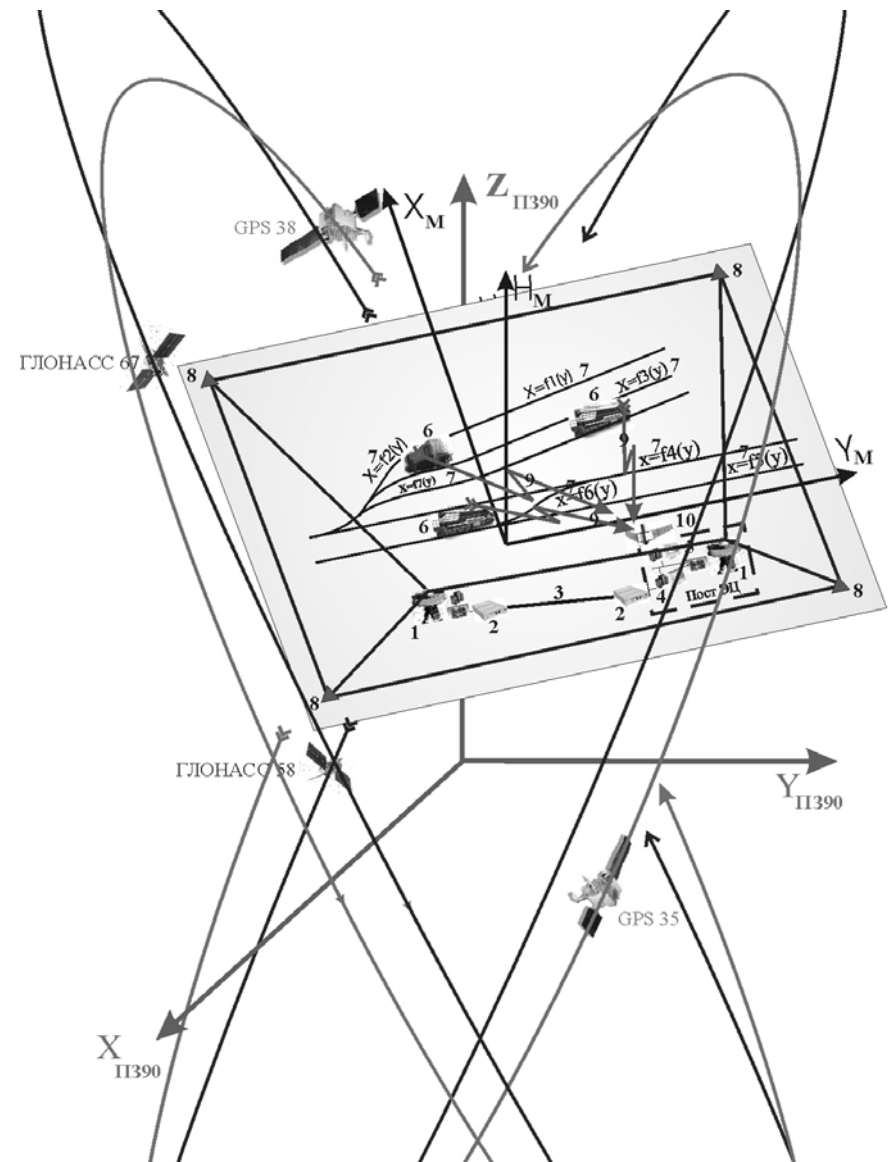


Рис. 26. Технологическая схема применения НГП в МАЛС



Координатно-временное решение формируется с точностью 0,5 – 1 м на промежутке  $10^{-7}$  с. При наличии данного координатного решения и при использовании цифровой модели путевого развития происходит однозначная идентификация локомотива на путевом развитии станции.

Данное решение позволяет получить экономический эффект за счёт сокращения количества маневровых светофоров на станциях и уменьшения холостого пробега маневровых локомотивов. В то же время при производстве маневровых работ на железнодорожных станциях полностью исключается возможность проезда запрещающих сигналов, взрез стрелок, превышение допустимой скорости движения, проезд мест производства работ без передачи сообщения «путь свободен», несанкционированное движение локомотива без разрешения дежурного по станции и руководителя манёвров, движение локомотива после отмены маршрутного задания.

Применение средств спутниковой навигации в системах МАЛС и ГАЛС позволит исключить столкновение локомотивов и вагонов на станциях и предотвратить возникновение аварий, что позволит реализовать новый уровень построения устройств обеспечения безопасности производства маневровых работ на станции.

Помимо решения вышеперечисленных задач, в будущем НГП СРНС ГЛОНАСС/GPS можно использовать для целей определения зон поездной радиосвязи на малодеятельных линиях при применении нескольких радиочастот для различных участков железнодорожной линии.

При всей привлекательности метода дифференциальной коррекции точностные характеристики данного метода не позволяют использовать его в геодезических целях на железнодорожном транспорте (кадастр МПС, капитальный ремонт, выправка пути).

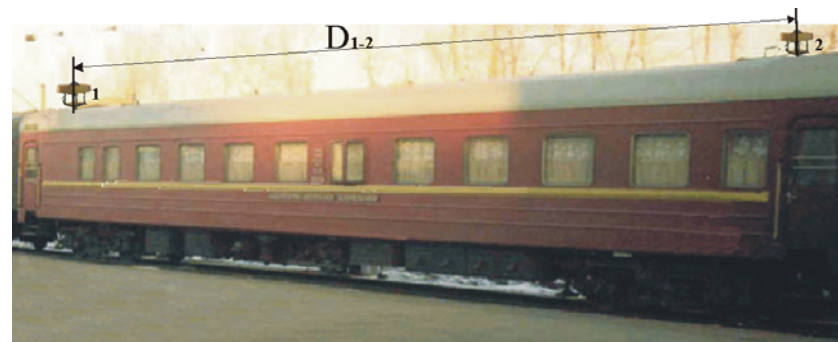
## 6.2. Относительные фазовые определения

Точность данного метода относительного позиционирования порядка 0,006 м в плане и 0,009 м в профиле позволяет совместно с использованием современных путеизмерительных и путерихтовочных комплексов и средств цифровой радиосвязи на железнодорожных магистралях осуществлять:

- построение единой системы кадастра железных дорог РФ [2];
- обеспечение опорной геодезической информацией путеизмерительных и путерихтовочных систем в режиме реального времени (при наличии цифрового радиоканала) и постобработки с точностью не хуже 3 мм + 0,5 ppm [11];
- повышение эффективности и производительности труда при проведении геодезических изысканий на железнодорожном транспорте РФ на 70%.

### 6.2.1. Обеспечение координатно-временной информацией путеизмерительных комплексов

С целью устранения влияния на точность измерений эффекта многолучёвости, а также оценки точности получения координатно-временных решений по внешней сходимости на путеизмерительных вагонах необходимо применять два НГП с двумя разнесёнными



*Рис. 27. Принцип установки НГП на путеизмерительный вагон-лабораторию*



антеннами по краям крыши вдоль вагона с известной базой с субсантиметровой точностью (рис. 27).

На рис. 27: 1, 2 – навигационно-геодезические антенны,  $D_{1-2}$  – постоянная база между двумя навигационно-геодезическими антеннами (измеренная с субсантиметровой точностью).

С целью наилучшего разрешения неоднозначности, исключения эффекта многолучёвости, а также контроля проскальзывания целых циклов фазовых измерений помимо двух подвижных НГП с неизменным базисным расстоянием необходимо применять два опорных НГП с неизменным базисным расстоянием между двумя фазовыми центрами навигационно-геодезических антенн. Принцип построения и функционирования стационарного навигационно-геодезического комплекса идентичен п. 6. 1. 3 (см. рис. 26).

При нахождении навигационно-геодезического решения необходимо помимо соотношений между измеренными псевдодальностями (5.11, 5.28, 5.29), неоднозначностей вторых разностей (5.43, 5.44), «Доплер» (5.50) и третьих разностей (5.57) использовать уравнение связи для известных баз между подвижными и неподвижными НГП:

$$D_{1-2} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2}. \quad (6.3)$$

Кроме того, гироскопические и инерциальные системы путеизмерительных лабораторий могут формировать ещё целый ряд дополнительных уравнений связи при нахождении относительных навигационно-геодезических решений с субсантиметровой точностью, которые также необходимо учитывать при условии правильного выбора весов при построении ковариационной матрицы измерений.

#### **6.2.2. Обеспечение координатно-временной информацией путерихтовочных комплексов**

Создание навигационно-геодезических комплексов путерихтовочной техники, существующих на железных дорогах Германии и Австрии [11], на сегодняшний день упирается в отсутствие свободных или предусмотренных каналов радиосвязи,

способных обеспечить непрерывный режим приёма-передачи в реальном времени измеренных псевдодальностей на фазе несущей и по коду между опорными НГП и путерихтовочной техникой.

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

ГЛОНАСС	– Глобальная навигационная спутниковая система
ИСЗ	– Искусственный спутник Земли
КА	– Космический аппарат
МНК	– Метод наименьших квадратов
НГП	– Навигационно-геодезический приёмник
НИСЗ	– Навигационный искусственный спутник Земли
ПЗ-90	– Параметры Земли 1990 <sup>го</sup> года
СРНС	– Спутниковая радионавигационная система
GPS	– (Global Positioning System) – Система глобального определения местоположения
WGS-84	– (World Geodetic System 1984) – Всемирная геодезическая система 1984 <sup>го</sup> года

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Большев Л. Н.* Наименьших квадратов метод. БСЭ. – М.: Советская энциклопедия, 1969 – 1978.
2. *Броништейн Г. С., Власов В. Д., Зайцева Н. С. и др.* Инженерная геодезия. Учебник для вузов ж-д. транспорта / Под ред. С. И. Матвеева. – М.: УМК МПС России, 1999.
3. *Ван Лоун Ч., Голуб Д.* Матричные вычисления. – М.: Мир, 1999.
4. *Виноградова М. Б., Гайлит Т. А.* Распространение радиоволн. БСЭ. – М.: Советская энциклопедия, 1969 – 1978.
5. *Глобальная Спутниковая Радионавигационная Система ГЛОНАСС* / Под ред. В. Н. Харисова, В. А. Болдина, А. И. Перова. – М.: ИПРЖ, 1999.
6. *Губанов В.С.* Обобщенный метод наименьших квадратов. Теория и применение в астрономии. – СПб.: Наука, 1997.
7. *Гурин С. Е.* Контроль свободности участков пути на базе спутниковых радионавигационных систем второго поколения ГЛОНАСС/GPS // Ведомственные корпоративные сети и системы ВКСС-connect. –2002. –№1.
8. *Иванов-Холодный Г. С.,* Ионосфера. БСЭ. – М.: Советская энциклопедия, 1969 – 1978.
9. *Инструкция* по ремонту и обслуживанию автосцепного устройства подвижного состава железных дорог Российской Федерации. – М.: Транспорт, ТРАНСИНФО, 2000.
10. *Кешин М. О.* Определение неоднозначностей фаз и исправление ошибок потери цикла в фазовых измерениях спутников GPS. – СПб.: преприн №67, РАН, Институт теоретической астрономии, 1997.
11. *Маркс Л., Лихтбергер Б.* Измерение параметров пути с привязкой к системе глобального позиционирования // Железные дороги мира. –2002. –№7.
12. *Соловьёв Ю. А.* Системы спутниковой навигации. – М.: Эко-Трендз, 2000.
13. *Хромов С. П.* Тропосфера. БСЭ. – М.: Советская энциклопедия, 1969 – 1978.

14. *Biomenhofer H.* Untersuchungen zu hochpräzisen kinematischen DGPS-Echtzeitverfahren mit besonderer Berücksichtigung atmosphärischer Fehlereinflüsse. – Universität der Bundeswehr München, Neubiberg, 1996.

15. *Cocard M.* High precision GPS processing in kinematic mode // Schweizerischen Geodätischen Kommission, Zweiundfünfzigster Band, Volume 52, 1995.

16. *Navstar GPS Space Segment / Navigation User Interfaces.* ICD–GPS–200, Revision C. ARINC RESEARCH CORPORATION, 1999.

17. *Parkinson B., James J., Spilker Jr.* Global Positioning System: Theory and Applications. Volume I. – American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.

18. *Remondi B. W.* Using the Global Positioning System (GPS) phase observable for relative geodesy: modeling, processing and results. – Center for Space Research The University of Texas at Austin, 1984.

19. *Shaowei Han.* Carrier Phase-based long-range GPS kinematic positioning. – School of geomatic engineering university of new south wales Sydney, Australia, 1997.

20. *Strang G., Borre K.* Linear Algebra, Geodesy and GPS. – Wellesley: Cambridge Press, 1997.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

### Часть I

<b>Глава 1. Сетевые спутниковые радионавигационные системы второго поколения ГЛОНАСС/GPS .....</b>	<b>3</b>
1.1. Общие исторические сведения .....	3
1.2. Описание СРНС второго поколения .....	6
1.2.1. Подсистема космических аппаратов .....	7
1.2.2. Подсистема контроля и управления .....	13
1.2.3. Координатные системы .....	15
1.2.4. Шкалы времени ГЛОНАСС и GPS .....	16
1.2.5. Параметры преобразования между ПЗ-90 и WGS-84 .....	17
1.2.6. Кадр навигационного сообщения НИСЗ ГЛОНАСС и GPS .....	18
1.2.7. Навигационная аппаратура потребителей .....	21
1.3. Краткий обзор существующих методов определения координат потребителя посредством СРНС ГЛОНАСС/GPS .....	22
1.3.1. Абсолютный метод .....	22
1.3.2. Метод дифференциальной коррекции .....	22
<b>Глава 2. Вычисление координат НИСЗ на моменты обсервации .....</b>	<b>25</b>
2.1. Вычисление элементов орбиты по начальным условиям .....	27
2.2. Вычисление координат НИСЗ на моменты обсервации по элементам орбиты для невозмущённого движения .....	31
2.3. Вычисление координат НИСЗ на моменты обсервации по элементам орбиты для возмущённого движения .....	35
<b>Глава 3. Алгоритм вычисления координат НИСЗ GPS на моменты обсервации .....</b>	<b>45</b>
<b>Список сокращений.....</b>	<b>51</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>52</b>

## Часть II

<b>Глава 4. Моделирование ГЛОНАСС/GPS измерений с учётом возмущающих факторов .....</b>	<b>59</b>
4.1. Псевдодальность по коду .....	60
4.2. Фаза несущей частоты .....	61
4.3. Ионосферная рефракция .....	64
4.4. Тропосферная рефракция .....	69
4.5. Эффект многолучёвости .....	75
4.6. Ошибки эфемеридного обеспечения .....	78
4.7. Ошибки частотно-временного обеспечения .....	80
<b>Глава 5. Определение координат потребителя по СРНС ГЛОНАСС/GPS .....</b>	<b>82</b>
5.1. Абсолютный метод определения координат потребителя по СРНС второго поколения ГЛОНАСС/GPS .....	84
5.2. Дифференциальный метод определения координат потребителя по СРНС второго поколения ГЛОНАСС/GPS с коррекцией координат .....	86
5.3. Относительные фазовые определения двух неподвижных навигационно-геодезических приёмников .....	88
5.3.1. Исключение влияния ошибки часов НИСЗ при разрешении неоднозначности .....	90
5.3.2. Исключение влияния ошибки часов НГП при разрешении неоднозначности .....	92
5.3.3. Методы увеличения количества параметрической информации .....	96
<b>Глава 6. Применение относительного позиционирования при решении прикладных задач железнодорожного транспорта .....</b>	<b>104</b>
6.1. Дифференциальный режим с коррекцией координат ..	104
6.1.1. Контроль свободности участков пути на основе определения длины состава на пункте контроля полносоставности .....	106

6.1.2. Контроль положения самостоятельных подвижных единиц на станциях .....	112
6.2. Относительные фазовые определения .....	115
6.2.1. Обеспечение координатно-временной информацией путеизмерительных комплексов .....	115
6.2.2. Обеспечение координатно-временной информацией путерихтовочных комплексов .....	116
<b>Список сокращений .....</b>	<b>118</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>119</b>

Учебное пособие

Сергей Евгеньевич Гурин

СПУТНИКОВЫЕ РАДИОНАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

ГЛОНАСС/GPS НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ

Часть II

Учебное пособие

Для студентов специальности 290900 «Строительство железных

дорог. Путь и путевое хозяйство»

Подписано к печати		Формат 60 x 84 1/16
Усл. печ.л. 4.47		Тираж 200
Изд. №	Заказ	Цена

127994, Москва, ул. Образцова, 15,  
Типография МИИТ