



А. Ибрагимов
В.И. Киселев
В.А. Рамлов
А.В. Скалин

ДИНАМИКА ЛОКОМОТИВОВ



РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОТКРЫТЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

М.А. Ибрагимов, В.И. Киселев, В.А. Рамлов, А.В. Скалин

ДИНАМИКА ЛОКОМОТИВОВ

*Утверждено
редакционно-издательским советом РГОТУПС
в качестве учебного пособия*



УДК 629.424.027.3
ББК 22.213
Д466

Динамика локомотивов / М.А. Ибрагимов, В.И. Киселев,
В.А. Рамлов, А.В. Скалин: Уч. пос. – М.: РГОТУПС, 2005. –128 с.

В учебном пособии изложены теоретические основы динамики локомотивов. Освещены вопросы колебаний механических систем и методов их исследований, безопасного и плавного движения рельсового подвижного состава, определения сил взаимодействия пути и ходовых частей локомотива, а также установлены критерии по отысканию оптимальных динамических параметров локомотивов для современных и перспективных условий эксплуатации. Изложены основы теории демпфирования вертикальных колебаний экипажей и рассмотрено конструктивное исполнение различных типов гасителей колебаний используемых в рессорном подвешивании современных локомотивов.

Предназначено для студентов обучающихся по специальностям «Локомотивы» и «Электрический транспорт железных дорог», а также для инженерно-технических работников занятых проектированием, изготовлением и эксплуатацией локомотивов.

Рецензенты:

профессор кафедры «Локомотивы и локомотивное хозяйство»
МИИТа А.Д. Пузанков;
профессор кафедры «Локомотивы и локомотивное хозяйство»
РГОТУПСа А.С. Космодамианский.

ISBN 5-7473-0242-6

© Российский государственный откры-
тый технический университет путей
сообщения, 2005

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1. Локомотив как динамическая система.....	4
Глава 2. Колебания подвижного состава. Виды возмущений.....	10
Глава 3. Характеристики элементов соединений.....	20
Глава 4. Свободные колебания механических систем.....	27
Глава 5. Устойчивость движения и равновесие динамических систем.....	38
Глава 6. Методы исследования вынужденных колебаний при детерминированных возмущениях.....	46
Глава 7. Движение локомотива в кривой.....	59
Глава 8. Понятие о качестве механической части локомотива.....	67
8.1. Общие понятия о качестве.....	67
8.2. Общие показатели качества механической части.....	69
8.3. Показатели динамических качеств (п.д.к) механической части.....	73
Глава 9. Основы демпфирования вертикальных колебаний тележного экипажа локомотива.....	81
9.1. Особенности вертикальных колебаний локомотива.....	81
9.2. Влияние демпфирования на вертикальные колебания надрессорного строения локомотива.....	88
9.3. Рассеивание энергии колебаний гасителями различных типов.....	93
Глава 10. Демпфирующие устройства для гашения механических колебаний.....	101
10.1. Фрикционные и гидравлические гасители.....	101
10.2. Упруго – вязкий пневматический гаситель.....	107
10.3. Гашение свободных колебаний фрикционными и гидравлическими гасителями.....	118
10.4. Гашение вынужденных колебаний гасителями с различными силовыми характеристиками.....	122
Список использованной литературы.....	126

ЛОКОМОТИВ КАК ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Динамика локомотивов – представляет собой дисциплину, изучающую физический процесс возникновения сил упругости, трения, инерции при движении экипажа; перемещений его составных элементов вследствие взаимодействия ходовых частей и рельсового пути; взаимного перемещения локомотива и вагонов в движущемся поезде.

Железнодорожный путь и подвижной состав представляют единую механическую систему, в которой они взаимодействуют, находясь в зависимости друг от друга. В реальных условиях рельсы и колеса имеют не ровности на поверхностях катания, а также некоторые другие технические особенности – кривизну пути, коничность поверхностей катания и др., благодаря чему в элементах пути и подвижного состава возникают различные колебания, а между самими элементами – динамические силы взаимодействия. Энергия локомотива затрачивается не только на поступательное полезное перемещение состава, но также на преодоление сил трения и, как следствие, возбуждение колебаний, вызывающих процесс износа и, соответственно, разрушение узлов и деталей экипажа и пути. Снижение сил динамического воздействия может быть достигнуто совершенствованием конструкций пути и ходовых частей, а также улучшением технического содержания их в эксплуатации.

Основная задача исследования динамических процессов в системе «экипаж – путь» заключается в том, чтобы определить оптимальные параметры этой системы – геометрические размеры, а также величины жесткостей, масс, при которых сводятся к минимуму колебания и динамические силы в конструкциях подвижного состава и пути.

Этому предшествует решение задач по исследованию колебательных процессов локомотива и его отдельных частей; установление критериев плавности его хода, устойчивости против схода с рельсов и опрокидывания; анализ способов подавления извилистого движения экипажей и вибраций их элементов.

Совокупность методов решения этих задач и представляет собой содержание динамики локомотивов, как дисциплины.

С точки зрения механики, локомотив состоит из физических тел и связей между ними. Части, отделенные от ходовых частей рессорами (кузов рамы тележек, надбуксовое подвешивание, надрессорные балки) называют подрессорными (или обрессоренными), а находящиеся ниже рессор (колесные пары, буксы, часть тягового электродвигателя ТЭД) – неподрессоренными (или необрессоренными). Неподрессоренные части являются упругими, но ввиду их относительно большой жесткости (по сравнению с рессорами и пружинами) в расчетах они обычно считаются абсолютно жесткими.

При изучении колебаний локомотивов обычно за ось X принимают направление прямолинейного железнодорожного пути в сторону движения экипажа; ось Y в плоскости пути перпендикулярна оси X ; ось Z – вертикальная, она перпендикулярна осям X и Y .

Если за начало подвижной системы координат приняли какую-либо точку C , принадлежащую системе экипажа, то положение его в каждый момент времени определяется координатами X, Y, Z этой точки относительно принятой неподвижной системы координат, а также углами поворота $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ относительно указанных осей (рис. 1.1).

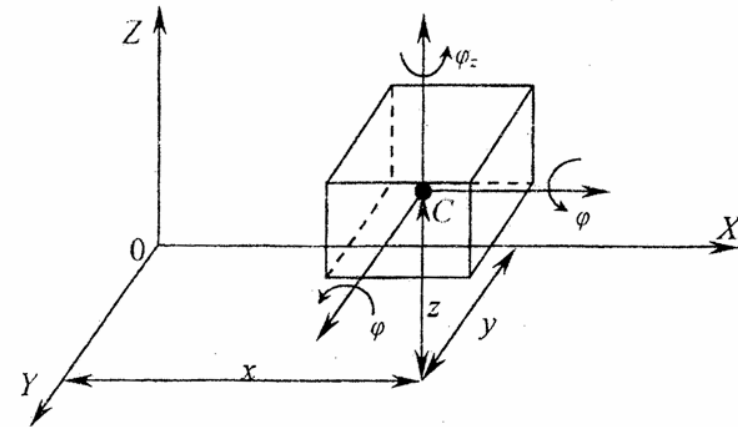


Рис. 1.1

Колебания вдоль осей и угловые имеют следующие названия: Вертикальные по оси Z – подпрыгивание (z), горизонтальные вдоль оси X – подергивание (x), вдоль оси Y – относ (y). Угловые относительно оси X в плоскости YZ – боковая качка (φ_x), относительно оси Y в плоскости XZ – галопирование (φ_y), относительно оси Z в плоскости XY – виляние (φ_z).

Колебания подпрыгивания и галопирования вызываются периодически повторяющимися неровностями пути (стыки, выбоины) или изменениями жесткости пути.

Колебания подергивания возникают от меняющейся продольной силы тяги при торможении при наличии упругой связи между единицами подвижного состава. При несоблюдении по высоте продольных возмущающих сил с центром тяжести подрессорного строения эти силы вызывают еще и галопирование.

Соответственно, эти три вида колебаний связаны между собой.

Перемещение колес вызывает появление упругих сил со стороны рельсового пути, стремящегося восстановить свое первоначальное положение, – это вызывает колебания отбоя и виляния. За счет неравноупругости правой и левой рельсовых нитей и деформации рессорного подвешивания правой и левой сторон экипажа возникают колебания боковой качки. Следовательно, отбой, виляние и боковая качка функционально связаны между собой.

Число и характер колебаний зависят от числа степеней свободы системы. В простейшем случае, если подрессорное строение рассматривать как твердое тело, то оно имеет шесть степеней свободы.

Однако наличие отдельных тележек, а также упругой вертикальной и горизонтальной связей между кузовом и рамами тележек увеличивает число степеней свободы, а вместе с этим появляются колебания отдельных частей подрессорного строения (тележек, кузова) и число степеней свободы естественно возрастает.

Твердые тела характеризуются массой m , координатами центра тяжести x_c, y_c, z_c , осевыми моментами инерции J_x, J_y, J_z .

Если твердое тело состоит из нескольких составных частей тесно связанных между собой, то приведенные масса,

координаты центра тяжести и момента инерции рассчитываются следующим образом:

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{\sum x_{ci} m_i}{\sum m_i} & m &= \sum m_i \\ y_c &= \frac{\sum y_{ci} m_i}{\sum m_i} & J_x &= \sum J_{xi} + m_i r_{xi}^2 \\ z_c &= \frac{\sum z_{ci} m_i}{\sum m_i} & J_y &= \sum J_{yi} + m_i r_{yi}^2 \\ & & J_z &= \sum J_{zi} + m_i r_{zi}^2, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где x_{ci}, y_{ci}, z_{ci} – координаты центра тяжести каждого из составляющих тел системы относительно заданной системы координат;

m_i – массы каждого из тел;

J_{xi}, J_{yi}, J_{zi} – моменты инерции тел относительно собственных центров тяжести;

r_{xi}, r_{yi}, r_{zi} – расстояние от центров тяжести каждого из тел до оси вращения.

$$r_{xi} = \sqrt{y_{ci}^2 + z_{ci}^2}, \quad r_{yi} = \sqrt{x_{ci}^2 + z_{ci}^2}, \quad r_{zi} = \sqrt{x_{ci}^2 + y_{ci}^2}.$$

Дисциплина «Динамика локомотивов» базируется на технической теории колебаний. В основе ее лежат общие принципы аналитической механики, которые чаще всего используются в форме **законов Ньютона: уравнений Даламбера или Лагранжа второго рода.**

Приложение законов теоретической механики к изучению колебаний экипажей приводит к системам дифференциальных уравнений, с числом уравнений, равным числу степеней свободы исследуемой системы, обычно второго порядка. Изучение динамических процессов в механических системах сводится к составлению и анализу дифференциальных уравнений, которыми эти процессы описываются. Для решения и анализа дифференциальных уравнений используются **аналитические методы, методы электронного моделирования (АВМ), методы приближенного численного интегрирования (ЭВМ).** Выбор метода решения

зависит от конечной цели исследования, вида и структуры дифференциальных уравнений системы. Часто используют **качественные аналитические методы изучения системы дифференциальных уравнений**, позволяющих для колебаний экипажа определить собственные частоты и собственные формы колебаний.

При исследовании динамического взаимодействия системы «экипаж-путь» обыкновенно заданную сложную систему упрощают, отбрасывая второстепенные детали, и получают идеализированную расчетную схему – **математическую модель**, обладающую основными динамическими свойствами заданной системы. Затем уточняют расчетные параметры и характеристики элементов расчетной схемы; составляют столько дифференциальных уравнений сколько степеней свободы она имеет. При этом чаще всего пользуются методом Даламбера (прямой метод составления уравнений динамического равновесия системы с учетом сил инерции масс). Для выбранной расчетной схемы и принятой системы координат дифференциальные уравнения колебаний по методу Даламбера рекомендуется составлять в соответствии с **геометрически-физико-статическим правилом** (правило Попова А.А.). Составляют их в следующей последовательности:

а) исходя из геометрических соотношений, составить зависимости перемещений (деформаций) связей от заданных возможных координат системы;

б) исходя из физических законов выразить реакции связей и действующие на рассматриваемые тела системы сил инерции и моменты сил инерции через деформации, приращение координат, их скорости и ускорения;

в) заменить физическую модель силовой схемой, в которой отброшенные связи заменены их реакциями и в центрах масс приложены силы инерции и моменты сил инерции; написать для каждого тела системы уравнения статического равновесия учитывая инерционные силовые факторы как реально действующие.

Дифференциальные уравнения движения получают подстановкой в уравнения равновесия *в* вместо буквенных символов сил и их значений из соотношений *б* и *а* через основные независимые координаты системы.

Обычно расчетная схема «экипаж – путь» даже после упрощений имеет от 10 до 40 степеней свободы и при сложных характеристиках связей система дифференциальных уравнений оказывается нелинейной.

Интегрирование таких сложных систем возможно только с применением вычислительных машин.

Рассмотрим некоторые простые примеры составления уравнения движения механических систем.

Пример. 1. Составить дифференциальное уравнение свободного движения однородного жесткого стержня, закрепленного верхним концом и удерживаемого в вертикальном положении спиральной пружиной (рис. 1.2)

На стержень действуют моменты:

а) сил инерции:

$$M = -I\ddot{\varphi};$$

б) упругого момента создаваемого пружиной

$$M = -c\varphi;$$

в) сил тяжести

$$M = mg \sin \varphi,$$

$$M_{ин} + M_{\varphi} + M = 0 \quad (1.2)$$

или

$$I\ddot{\varphi} + c\varphi + mgR \sin \varphi = 0.$$

Это уравнение нелинейное, однако для малых ($\varphi \leq 0,3$ рад) $\sin \varphi \approx \varphi$, поэтому получаем обыкновенное линейное уравнение второго порядка

$$\ddot{\varphi} + \frac{c + mgR}{I} \varphi = 0.$$

Решение его имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 \cos \omega t + \frac{\dot{\varphi}_0}{\omega} \sin \omega t,$$

$$\text{где } \omega = \sqrt{\frac{c + mgR}{I}}.$$

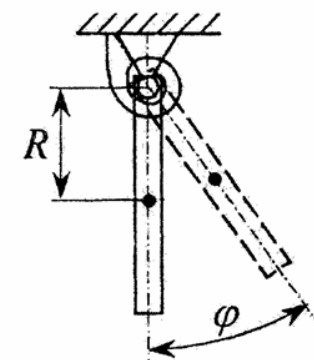


Рис. 1.2

Пример. 2. Общий случай составления уравнения движения тела с одной степенью свободы.

Уравнение движения системы с одной степенью свободы включает в общем случае четыре члена: силу инерции, силу трения, силу упругости и возмущающую силу. На рис. 1.3, а представлена одномассовая система совершающая горизонтальные колебания, а рис. 1.3, б – ее схема.

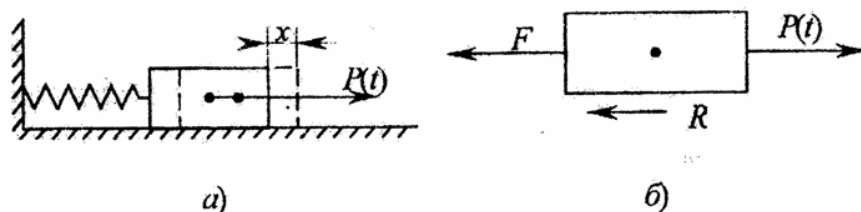


Рис. 1.3

Согласно принятой схемы, уравнение движения имеет вид

$$-m\ddot{x} - F - R + P(t) = 0, \quad (1.3)$$

где R – сила трения;

F – сила упругости связи;

$P(t)$ – возмущающая сила.

Глава 2

КОЛЕБАНИЯ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА. ВИДЫ ВОЗМУЩЕНИЙ

Для уменьшения динамического воздействия колес на рельсы при движении их по неровностям пути, а также избежания передачи больших динамических усилий и ударных импульсов тяговым двигателям и прочему оборудованию локомотива, тепловоза опираются на буксы колесных пар, а кузов на рамы тележек через упругие элементы рессорного подвешивания. Рессоры поглощают часть энергии толчков, вызываемых неровностями и постепенно превращают эту энергию в энергию колебаний

надрессорного строения. Частота собственных колебаний надрессорного строения при достаточной гибкости рессор невелика, во всяком случае меньше частоты приложения нагрузок, вызываемых неровностями рельсового пути. При этом амплитуды колебаний надрессорного строения будут небольшими, а ускорения также будут невелики по сравнению с ускорениями колесных пар.

Колебания надрессорного строения сопровождаются непрерывным рассеиванием энергии вследствие трения между листами рессор, в демпферах, а также других внутренних сопротивлений, что приводит к быстрому затуханию и устраняет опасность перехода через резонансные зоны.

Система «экипаж-путь», как любая колебательная система, может совершать собственные и вынужденные колебания. *Собственными* (или свободными) называются колебания, которые система совершает без подвода энергии извне, если ее вывести из положения равновесия, а потом отпустить. Под действием упругих связей, имеющихся между массами, система начинает совершать колебания. Вследствие наличия в системе вязкого трения эти колебания будут затухающими.

Вынужденные колебания возникают в механической системе в результате воздействия на нее внешних (обычно периодических) возмущающих сил или ударов (импульсов).

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний одномассовой системы при наличии упругой связи и вязкого сопротивления будет иметь вид:

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + cx = H \sin \omega t. \quad (2.1)$$

где m, c, α – масса, коэффициенты жесткости и вязкого трения;

H, ω – амплитуда и частота внешней возмущающей силы.

Разделим обе части (2.1) на m и получим его в следующем виде:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2x = h \sin \omega t. \quad (2.1')$$

Решение этого уравнения состоит из общего решения уравнения без правой части и частного решения уравнения с правой частью.

$$x(t) = e^{-nt} \left(x_0 \cos \omega_1 t + \frac{\dot{x}_0 - n x_0}{\omega_1} \sin \omega_1 t \right) + A e^{-nt} \left(\sin \omega_1 t + \frac{n \sin \varepsilon - \omega \cos \varepsilon}{\omega_1} \sin \omega_1 t \right) + A \sin(\omega t - \varepsilon). \quad (2.2)$$

$$\text{где } A = \frac{h}{\sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2}};$$

$$\varepsilon = \operatorname{arctg} \frac{2n\omega}{k^2 - \omega^2};$$

$$\omega_1 = \sqrt{k^2 - n^2}.$$

Первые два слагаемых полученного решения соответствуют свободным и свободным сопровождающим колебаниям. И те, и другие с течением времени затухают, так что через более или менее продолжительный промежуток времени ими можно будет пренебречь и считать, что в дальнейшем система совершает только чисто вынужденные колебания.

$$x(t) = \frac{h}{\sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2}} \sin(\omega t - \varepsilon). \quad (2.3)$$

Этим уравнением будет определяться *установившийся колебательный режим системы*.

Систематично общий ход установления колебательного режима показан на рис.2.1.

Из уравнения (2.3) можно сделать следующие выводы:

а) вынужденные колебания и при наличии сопротивления происходят с частотой возмущающей силы. Это **всеобщий закон вынужденных колебаний линейных систем**, имеющий место независимо от условий, в каких происходят его вынужденные

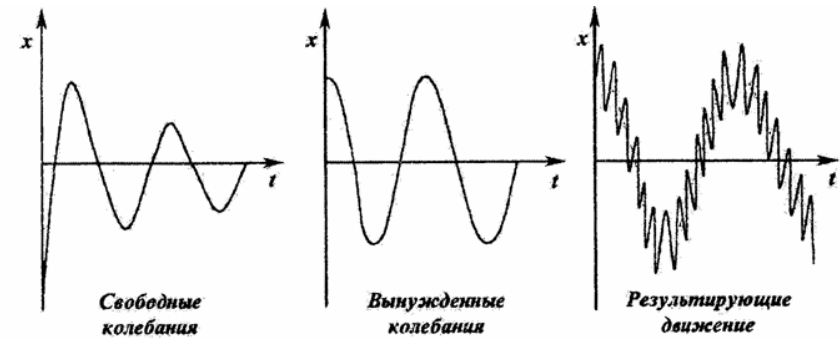


Рис. 2.1

колебания, в частности, независимо от того, имеется ли в системе сопротивление или нет;

б) амплитуда вынужденных колебаний от начальных условий и времени не зависит. С течением времени она не изменяется и, следовательно, вынужденные колебания (в отличие от свободных) при сопротивлении не затухают. Когда $\omega = k$ амплитуда вынужденных колебаний достигает резонанса, но остается конечной;

в) при вынужденных колебаниях с сопротивлением всегда имеет место сдвиг фазы колебания по сравнению с фазой возмущающей силы. Величина ε этого сдвига определяется формулой:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2n\omega}{k^2 - \omega^2}. \quad (2.4)$$

Максимальное значение равно $\pi/2$, сдвиг фазы имеет место при резонансе, когда $\omega = k$.

Амплитудой вынужденных колебаний определяются максимальные динамические напряжения, возникающие в упругих системах от воздействия на них гармонических возмущающих сил. Очень важно отметить, что величина этих напряжений, как и амплитуды A , зависит не столько от величины возмущающей силы, сколько от частоты ее изменения во времени.

При одном и том же значении H амплитуда A и возникающие в системе напряжения могут значительно измениться, в зависимости от изменений частоты ω . Для оценки этих изменений их срав-

нивают со статическим отклонением системы при действии на нее силы H :

$$A_0 = \frac{H}{C} = \frac{h}{k^2} \quad (2.5)$$

Отношение амплитуды A к A_0 равно

$$\frac{A}{A_0} = \lambda = \frac{1}{\sqrt{(1-a^2)^2 + 4ab^2}} \quad (2.6)$$

где $a = \frac{\omega}{k}$;

$$b = \frac{n}{k} .$$

называется коэффициентом динамичности системы. Он показывает, во сколько раз максимальное динамическое отклонение при вынужденных колебаниях от силы $H \sin \omega t$ больше максимального статического отклонения от постоянной силы H .

На рис.2.2 представлена зависимость коэффициента динамики λ от частоты возмущающей силы $a = \frac{\omega}{k}$ для некоторых значений $b = \frac{n}{k}$.

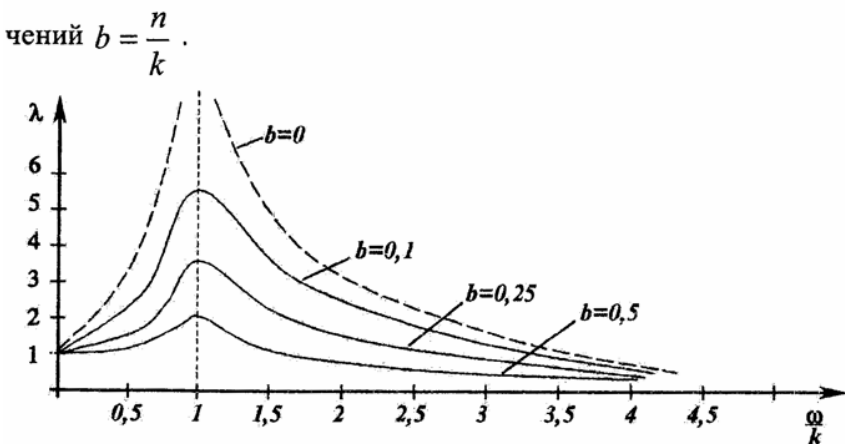


Рис. 2.2

Приведенные кривые называются *резонансными*. При отсутствии сопротивления в системе ($n=0$) они имеют разрыв ($\lambda=\infty$) в точке $\omega=k$, $a=1$. Из анализа кривых изображенных на рис. 2.2, видно, что в областях, достаточно далеких от резонанса, амплитуды при относительно малом сопротивлении почти не отличаются от амплитуд без сопротивления. В этих областях при вычислении амплитуд можно не учитывать сопротивлений, которые с трудом поддаются точному определению.

Рассмотрим в качестве примера движение колеса по упругому рельсу, имеющему неровность (рис.2.3). Уравнение движения приведенной массы колеса.

$$m_k z'' + \mathcal{K}_p [z - h(t)] = 0,$$

$$m_k z'' + \mathcal{K}_p z = \mathcal{K}_p h \cos \omega t.$$

Введем обозначение $k^2 = \frac{\mathcal{K}_p}{m_k}$

$$z'' + k^2 z = k^2 h \cos \omega t.$$

Составляющая решения этого уравнения от вынужденных колебаний

$$z = h \frac{k^2}{k^2 - \omega^2} \cos \omega t.$$

Динамическая нагрузка на рельс:

$$P_{\text{дин}} = -m_k \ddot{z} = \mathcal{K}_p h \frac{\omega^2}{k^2 - \omega^2} \cos \omega t = \mathcal{K}_p h k_{\text{дин}},$$

$$m_k \approx 440 \left[\frac{\text{кгс} \cdot \text{с}^2}{\text{м}} \right], \quad \mathcal{K}_p \approx 8 \cdot 10^7 \left[\frac{\text{Н}}{\text{м}} \right],$$

$$k^2 = \frac{\mathcal{K}_p}{m_k} = 1,82 \cdot 10^4 \left[\frac{1}{\text{с}^2} \right], \quad k = 135 \left[\frac{1}{\text{с}} \right], \quad \omega = \frac{2\pi V}{l} .$$

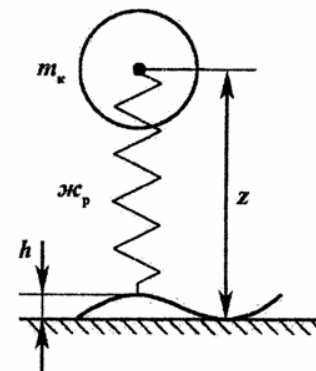


Рис. 2.3

Резонанс при $\omega=k$

При $l=1\text{ м}$, $V=60\frac{\text{км}}{\text{ч}}$

$$\omega = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 60}{1 \cdot 3,6} = 105 \left[\frac{1}{\text{с}} \right],$$

$$k = \left| \frac{105^2}{135^2 - 105^2} \right| = 1,33.$$

На движущуюся систему действуют *внешние силы воздействия*, которые подразделяют на кинематические, силовые и параметрические. К *кинематическим воздействиям* относят такие, которые периодически изменяют какую-либо координату движущейся массы, например, неровность рельсового пути изменяет положение центра тяжести колесной пары относительно выбранной системы координат.

Силовое воздействие – от влияния внешних периодических сил, например, моментов от погрешностей зубчатого зацепления, от изменения силы тяги и т.д.

Колебания механических систем могут вызываться не только внешними силами, непосредственно совершающими работу на основных перемещениях системы, но и внешними воздействиями, изменяющими параметры системы (жесткость, массу) – *параметрическое возмущение*.

Основное возмущающее воздействие на систему «экипаж-путь» оказывают *неровности рельсового пути*.

Железнодорожный путь как часть механической системы «экипаж-путь» описывается совокупностью характеристик, которые можно разделить на две группы: характеристики, определяющие реакцию пути на динамическое воздействие колеса, и характеристики, определяемые остаточными деформациями, накопившимися в пути под воздействием подвижного состава.

В пути (в первую очередь в верхнем строении) под воздействием колес возникают силы упругости, инерции и трения. *Упру-*

гая составляющая динамической реакции пути не линейно зависит от просадки рельса. С увеличением просадки путь становится более жестким. Однако в большинстве случаев для упрощения расчетов принимают, что просадка рельсов прямо пропорциональна динамическому давлению колеса. Путь является неравно упругим и по длине, особенно в зоне стыков.

Силы трения приближенно можно разбить на две составляющие – *силу сухого трения*, пропорциональную величине просадки рельса и *силу вязкого трения* – пропорциональную скорости изменения просадки.

Силы инерции, возникающие в верхнем строении пути при безударном движении и при ударах колес о рельсы на стыках вследствие наличия ползунов на колесах и в других случаях, связаны с волнами деформации, проходящими в верхнем строении пути. Поэтому при соответственно безударном и ударном взаимодействии колес и рельсов силы инерции будут различными.

Под воздействием колес проходящих поездов в верхнем строении пути накапливаются *остаточные деформации*. Интенсивность их накопления различна в разных точках пути, поэтому постепенно головки рельсов отклоняются от нормального положения и возникают различного рода неровности на пути, двигаясь по которым колеса начинают колебаться. В результате и давление рессор на кузов становится *переменным*, что в свою очередь вызывает колебания кузова. Следовательно, неровности рельсов как следствие непостоянной по длине жесткости верхнего строения пути и неравномерной по длине накопления в нем остаточных деформаций – одна из основных причин колебаний экипажа и связанного в единую механическую систему верхнего строения пути.

Напряжения в зоне контакта колес и рельсов могут превосходить предел текучести. Вследствие этого поверхностные слои как колес, так и головок рельсов изнашиваются и сминаются, рельсы получают вертикальный износ h_g .

Головки рельсов на наружных нитях кривых участков пути изнашиваются гребнями колес, в результате образуется боковой износ h_g . Неравномерный по длине вертикальный износ создает

волнообразную поверхность катания рельса с длиной волны l и глубиной h (сила давления колеса в динамике на рельс 150–180 кН).

При движении в кривых на экипаж действует *горизонтальная центробежная сила* H ; для ее компенсации наружный рельс укладывают с возвышением h .

Величина *возвышения* определяется из условия, чтобы вертикальные давления колес на головки обоих рельсов были одинаковыми.

$$\frac{H}{P_g} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{2s},$$

где P_g – вертикальные нагрузки,
 α – угол возвышения.

Однако

$$H = m \frac{V^2}{R}, P = mg,$$

Тогда

$$h = \frac{2sV^2}{gR}. \quad (2.7)$$

По нормам $h \leq 150$ мм.

Разные поезда движутся с разными скоростями, соответственно если для какой-либо кривой возвышение определено для средней скорости, то для одних поездов оно будет достаточным, а для других – избыточным, в результате чего на экипаж будет действовать горизонтальная сила.

В зависимости от природы и проявления неровностей различают следующие их виды: систематические и случайные по распределению по длине пути; при этом:

- вертикальные и горизонтальные различают по положению в плоскости, в которой они находятся;
- геометрические и силовые – по зависимости от величины силы давления колеса.

В расчетах колебаний плавные неровности принимают изменяющимися по формуле:

$$h(t) = h(\cos \omega t - 1),$$

$$\omega = \frac{2\pi V}{l}. \quad (2.8)$$

Величины h и l изменяются в пределах $1 < h < 10$ мм, $2 < l < 15$ м.

Отличие составляют стыки, которые при равномерном движении поезда оказывают периодически повторяющиеся воздействия на экипаж. В стыках рельсы соединены накладками, жесткость которых на изгиб мала, поэтому в стыке ось рельсовой нити имеет перелом на некоторый угол $\varphi_{ст}$, который может доходить до 30 градусов (рис. 2.4).

Движущееся колесо при проходе через стык со скоростью V ударяет по принимающему концу рельса со скоростью $V_{уд} = V \varphi_{ст}$.

Следовательно, прохождение рельсового стыка вызывает импульсивное воздействие на систему «экипаж-путь». При этом функцию возмущения можно описать в виде:

$$h(t) = h \sum_{n=0}^{\infty} [\sigma_0(t - nt_p) - \sigma_0(t - t_c - nt_p)], \quad (2.9)$$

где h_c – глубина стыковой неровности;

t_p – время прохождения локомотивом рельсового звена длиной

$$l_p, t_p = \frac{l_p}{V};$$

$$t_c \text{ – время прохождения стыка, } t_c = \frac{l_c}{V} \text{ (} l_c = 1000/2n_{ш} \text{),}$$

$n_{ш}$ – здесь число шпал на 1 км пути;

$\sigma_0(t)$ – единичная функция, определяемая зависимостью:

$$\sigma_0(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}.$$

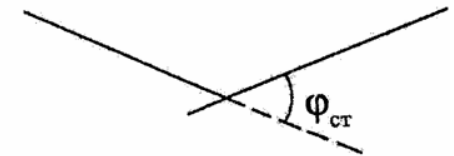


Рис. 2.4

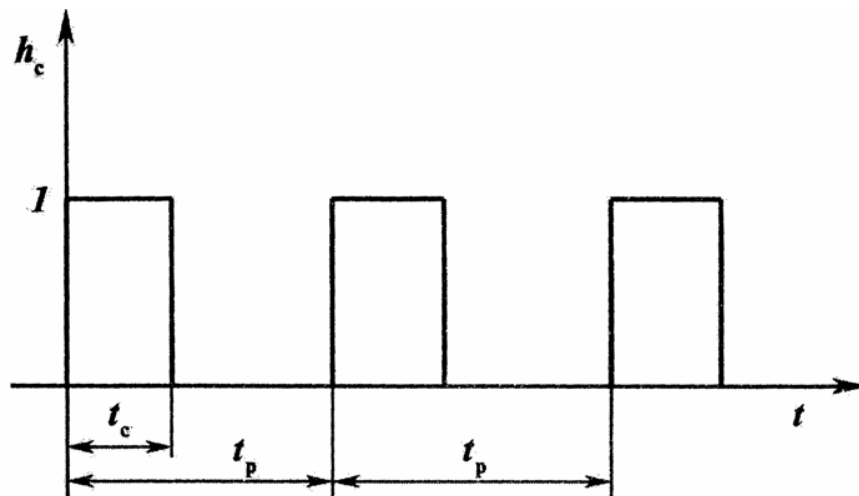


Рис. 2.5

Глава 3

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ СОЕДИНЕНИЙ

Конструктивные соединения между отдельными частями экипажа называются *связями*. Связи направляют их движение, ограничивают или вообще исключают их относительную подвижность. Геометрические связи накладывают условия на координаты точек тела, они могут быть стационарными (не зависящие от времени) и нестационарными (изменяющиеся с течением времени). Кинематические связи накладывают условия на скорости точек тела.

Число степеней свободы всей системы равно сумме степеней свободы отдельных составных частей за вычетом наложенных жестких связей.

Упругие, упруго-вязкие, упруго-фрикционные и подобные им связи, передавая силовые воздействия между отдельными массами, стесняют их относительные перемещения, не изменяя общего числа степеней свободы. Такими связями являются рессоры, пружины, амортизаторы, виброизолирующие прокладки и т.д.

Плавное движение экипажа пути обеспечивается *системой рессорного подвешивания*, состоящей из упругих элементов и гасителей колебаний. Рессоры, размещаемые между кузовом и колесными парами, могут быть объединены в группу параллельно работающих в одном ярусе, либо в две группы последовательно работающих в двух ярусах – между кузовом и рамой тележки, а также рамой тележки и колесными парами. В первом случае рессорное подвешивание *одинарное*, во втором – *двойное*. Наличие двойного рессорного подвешивания существенно увеличивает число степеней свободы рассматриваемой механической системы, а следовательно и усложняет систему дифференциальных уравнений, описывающих ее колебания. Однако варьированием жесткостей связей при этом можно достигнуть уменьшения динамического воздействия на путь и составные части движущегося поезда.

Связями механической системы называют ограничения, стесняющие движение системы и осуществляемые различными материальными телами. Обычно это различного рода *закрепления* элементов системы: подшипники валов поршневых и роторных машин, шарнирные опоры, жесткие или упругие заделки концов стержней и балок, опорные поверхности, по которым должны перемещаться или на которых должна оставаться в покое система. В дальнейшем предполагается, что, каковы бы ни были устройства, осуществляющие связи, их действия на систему выражаются *силами*, приложенными к системе и определенным образом направленными. Эти силы называются *реакциями связей*. Предполагается, что эти связи могут быть автоматически представлены функциями координат точек системы, или производных от их времени.

Данные связи ограничивают возможные положения системы.

Упругие связи – это связи, вызывающие реакции, пропорциональные перемещениям системы. Если x – перемещение, то

$$R=cx,$$

где c – жесткость связи.

Обычно ее принимают не зависящей от времени, постоянной для данной связи. Например, жесткость винтовой пружины круглого сечения определяется по формуле

$$Ж = \frac{Gd^4}{8nD^3}, \quad (3.1)$$

где G – модуль сдвига материала пружины;
 d – диаметр прутка;
 D – диаметр навивки;
 n – число рабочих витков.

Для рессоры:

$$Ж = \frac{8}{3} \cdot \frac{nbh^3 \cdot E}{(L-a)^2}, \quad (3.2)$$

где E – модуль упругости материала рессоры;
 b, h – ширина и толщина листа;
 a – ширина хомута;
 L – длина рессоры.

Жесткость рельсового пути. Вертикальная жесткость определяется отношением действующей на головку рельса вертикальной нагрузки к вертикальному перемещению точки контакта колеса с рельсом. Это перемещение вызвано прогибом рельса, сжатием и изгибом шпал, сжатием балластного слоя и верхней части земельного полотна. В различное время года – разная, определяется экспериментально и ее величина $Ж_{\text{вп}}$ равна от $3 \cdot 10^7$ до $20 \cdot 10^7$ Н/м.

Горизонтальная жесткость пути определяется отношением поперечной (боковой) силы приложенной к головке рельса к вызванному его отклонению от положения равновесия в нагруженном состоянии. Это отклонение вызывается за счет деформации упругих прокладок, деформации шпал и смещения рельса по шпале, также изменяется в пределах $Ж_{\text{гп}}$ от $1 \cdot 10^7$ до $3 \cdot 10^7$ Н/м. Вообще, величина жесткости упругой связи равна отношению величины силы к вызванному его перемещению $Ж = p/f$, размерность Н/м.

Если упругие связи приложены к массе *параллельно* (рис.3.1, а), то приведенная жесткость связи рассчитывается по формуле

$$Ж_p = \sum_{i=1}^n Ж_i \quad (3.3)$$

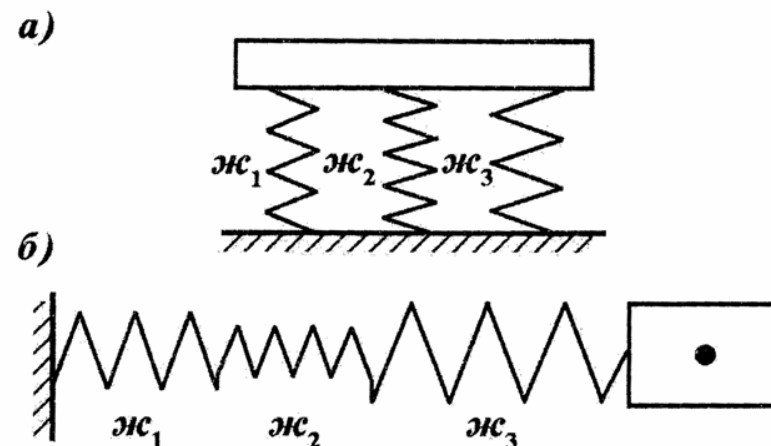


Рис. 3.1

Если же связи приложены *последовательно* (рис.3.1, б), то приведенная жесткость равна

$$\frac{1}{Ж_p} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{Ж_i}.$$

Например:

1) Масса M перемещается под действием упругой связи, состоящей из двух вложенных винтовых пружин с жесткостями $Ж_1 = 2 \cdot 10^7$ Н/м, $Ж_2 = 1 \cdot 10^7$ Н/м (рис.3.2).

$$Ж_p = Ж_1 + Ж_2 = 3 \cdot 10^7 \left[\frac{\text{Н}}{\text{м}} \right].$$

2) Две пружины, стоящие одна на другой (рис.3.3).

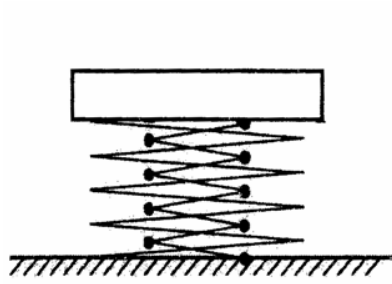


Рис. 3.2

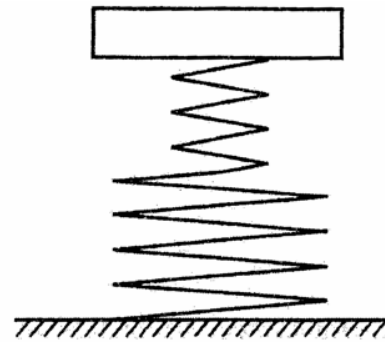


Рис. 3.3

$$\frac{1}{J_p} = \frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-7}} + \frac{1}{1 \cdot 10^{-7}} = \frac{3}{2 \cdot 10^{-7}} = \frac{3}{2} \cdot 10^{-7},$$

$$J_p = \frac{2}{3} \cdot 10^7 \left[\frac{\text{Н}}{\text{м}} \right].$$

Сухое трение. При сухом трении сила трения постоянна по величине и направлена против движения.

$$R = R_0 \text{Sign} \dot{x},$$

где

$$\text{Sign} \dot{x} = \begin{cases} 1, \dot{x} > 0 \\ -1, \dot{x} < 0. \end{cases}$$

Позиционное трение – трение пропорциональное смещению. Примером служит рессора.

Вязкое трение. Сила сопротивления пропорциональна величине скорости перемещения

$$R = a \dot{x}.$$

Примером такой связи служат резинометаллические демпферы, гидравлические гасители колебаний.

Системы с кусочно-линейными характеристиками. Упругая сила в них определяется зависимостью (рис. 3.4)

$$F(x) = \begin{cases} c_1 x, & |x| \leq a, \\ c_1 x + c_2 (|x| - a) \text{Sign} x, & |x| > a, \end{cases}$$

где c_1 – жесткость двух пружин 1;
 c_2 – жесткость одной из пружин 2.

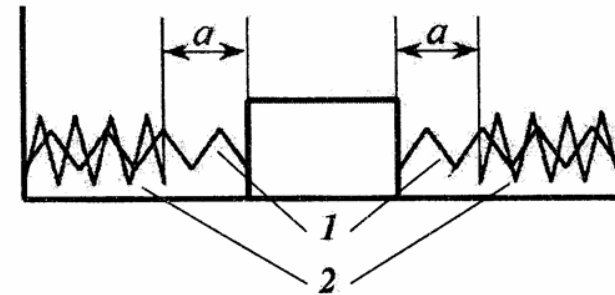


Рис.3.4

Нелинейные упругие связи характеризуются тем, что зависимость силы от деформации упругого элемента следует не линейному, а более сложному закону.

Например, сопротивление перемещению буквы, создаваемое буксовыми поводками приводит к упругой характеристике типа а (рис.3.5).

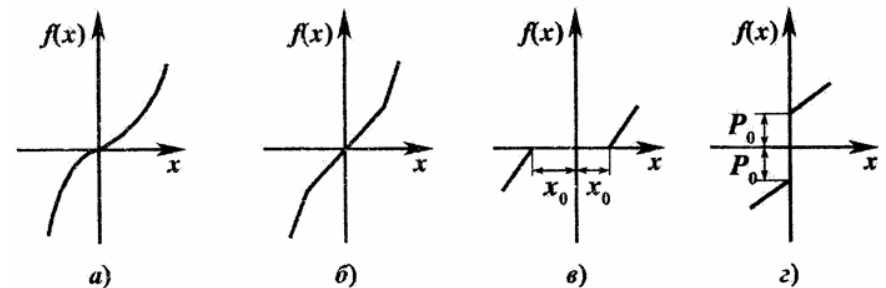


Рис.3.5

Последовательное включение в работу рессор и пружин приводит к характеристике типа б; характеристика типа в встречается

ся при наличии люфтов (зазоров) x_0 в колебательной системе; характеристика типа z имеет место в системах, где упругие элементы смонтированы с предварительной затяжкой P_0 , например в упругих буксовых упорах.

В нелинейных системах частота свободных колебаний не остается постоянной. Она зависит от амплитуды и начальных условий. Нелинейность также может иметь место и вследствие того, что силы демпфирующих элементов изменяются во времени по более сложным законам, чем линейная зависимость от скорости. Однако в этом случае влияние нелинейности на изменение частоты не велико.

О приведении жесткостей связей уже говорилось ранее, для параллельного и последовательного их соединения. Теперь рассмотрим вопрос упрощения расчетных схем; приведение их к системам с меньшим числом степеней свободы.

Введем обозначения: через e будем обозначать податливость связи, величину, обратную жесткости $e=1/\kappa$, тогда можно сказать, что для системы с параллельно действующими упругими связями их жесткости складываются, а для систем с последовательно соединенными упругими элементами – складываются податливости.

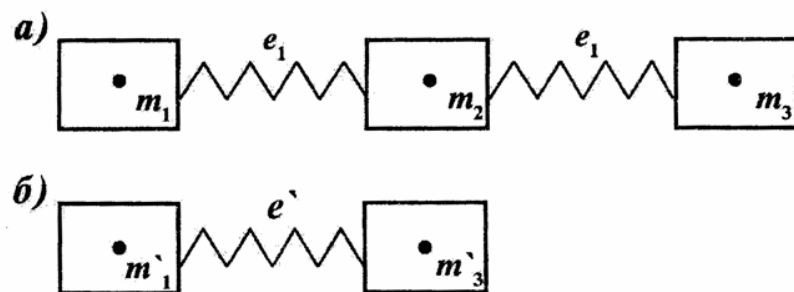


Рис. 3.6

Рассмотрим *трехмассовую систему* (рис.3.6, а). Можно выполнить упрощение этой схемы до *двухмассовой* (рис.3.6, б), где

$$e' = e_1 + e_2;$$

$$m_1' = m_1 + m_2 \frac{e_2}{e_1 + e_2}; m_3' = m_3 + m_2 \frac{e_1}{e_1 + e_2}.$$

При этом следует помнить, что разность следует выполнять для той массы, величина которой меньше, чем величины масс к которым она приводится.

Рассмотрим *вертикальные колебания при движении локомотива* (рис.3.7):

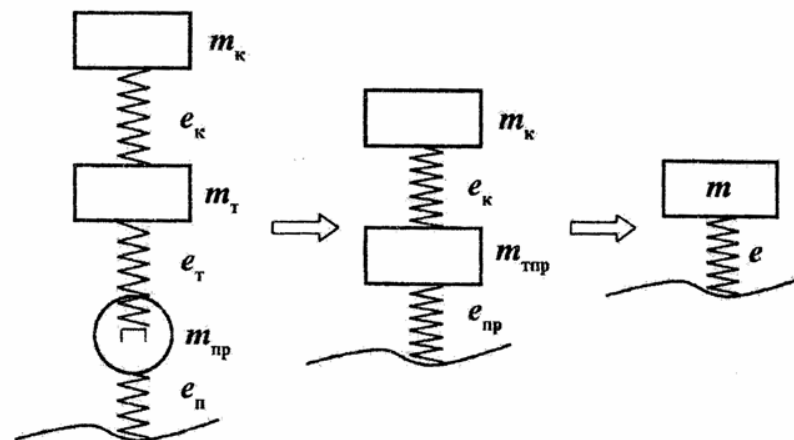


Рис. 3.7

$$e_{пр} = e_t + e_n, m_{тпр} = m_t + m_{пр} \frac{e_n}{e_t + e_n}$$

$$e = e_{пр} + e_k, m = m_k + m_{тпр} \frac{e_{пр}}{e_k + e_{пр}}.$$

Глава 4

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Свободными, или собственными колебаниями механической системы называются колебания, совершаемые без подвода энергии извне, под действием собственных сил, восстанавливаю-

щих равновесное состояние. Если не учитывать рассеяние энергии в системе, то уравнение колебаний такой системы имеет вид

$$m\ddot{x} + cx = 0. \quad (4.1)$$

Обозначая $p^2 = \frac{c}{m}$, найдем

$$x(t) = x_0 \cos pt + \frac{\dot{x}_0}{p} \sin pt = A \sin(pt + \varepsilon), \quad (4.2)$$

где

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{\dot{x}_0^2}{p^2}}, \varepsilon = \arctg \frac{px_0}{\dot{x}_0}. \quad (4.3)$$

Соответственно, амплитуда и начальная фаза собственных колебаний зависят от начальных условий, а частота собственных колебаний P и период $T=2\pi/p$ от начальных условий не зависят.

Определим частоты собственных колебаний надрессорного строения при одноступенчатом подвешивании и раздельном существовании колебаний.

Подпрыгивание (рис.4.1).

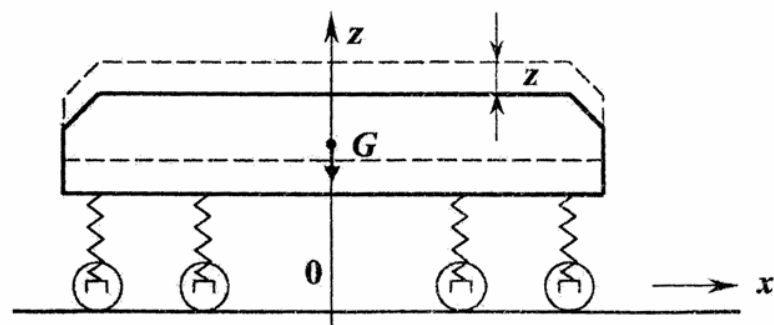


Рис.4.1

Пусть надрессорное строение переместилось параллельно самому себе на величину Z (см. рис.4.1). Дифференциальное уравнение колебаний центра тяжести при отсутствии внешних сил можно записать в виде

$$\frac{G}{g} \ddot{z} + z \sum \kappa_i = 0. \quad (4.4)$$

Первый член – сила инерции, второй – реакция рессорного

подвешивания. Круговая частота колебаний $p = \sqrt{g \frac{\sum \kappa_i}{G}}$, частота собственных колебаний подпрыгивания $f_1 = p/2\pi$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{z_{cm}}} = \frac{0,5}{\sqrt{z_{cm}}}. \quad (4.5)$$

Круговая частота имеет размерность 1/сек (или рад/сек), а собственная – Герц (или оборотов в сек).

Действительное значение жесткости рессорного подвешивания всегда больше расчетного за счет неучитываемых обычно сил трения в листовых рессорах, а также в буксовых поводках и др. Это приводит к увеличению частоты собственных колебаний примерно на 20 %. Поэтому формулу (4.5) правильнее употреблять в виде:

$$f_1 = \frac{0,6}{\sqrt{z_{cm}}}. \quad (4.5')$$

Обычно собственная частота колебаний подпрыгивания равна 1,5–2,5 Гц.

2) *Галопирование* (рис.4.2).

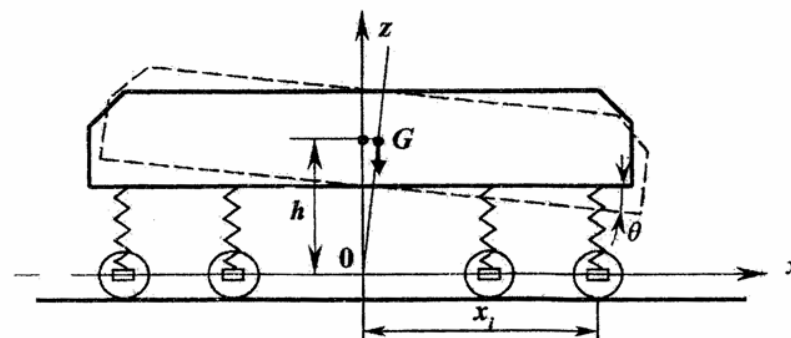


Рис.4.2

Дифференциальное уравнение собственных колебаний, имеет вид

$$J_y \ddot{\Theta} + \Theta \left(\sum \mathcal{J}_i x_i^2 - Gh \right) = 0, \quad (4.6)$$

где h – высота центра тяжести наддрессорного строения над центром колебаний;

J_y – момент инерции наддрессорного строения относительно оси Y ;

x_i – координата рессоры относительно центра колебаний.

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum \mathcal{J}_i x_i^2 - Gh}{J_y}}. \quad (4.7)$$

Численные значения частоты галоупирования незначительно превышают частоту подпрыгивания.

3) *Боковая качка.* Формулы частоты собственных колебаний боковой качки аналогичны формуле (4.7) и могут быть получены заменой x на y . Частота боковой качки находится в пределах 0,75–1,5 Гц.

На практике колебательных систем без рассеяния энергии за счет трения не бывает. Наиболее простым случаем является вязкое трение, когда сила трения пропорциональна скорости движения: $R = \beta \dot{x}$. Дифференциальное уравнение колебаний будет иметь следующий вид:

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + cx = 0 \quad (4.8)$$

$$\text{или} \quad x + 2n\dot{x} + p^2x = 0, \quad (4.8')$$

$$\text{где} \quad 2n = \frac{\beta}{m},$$

$$p^2 = \frac{c}{m}.$$

По правилу решения линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами характеристическое уравнение для этого уравнения имеет вид: $r^2 + 2nr + P^2 = 0$, откуда решение получается в зависимости от вида корней следующим:

1) *Первый случай.* $n > P$ (случай большого сопротивления). Корни оба отрицательные

$$r_1 = -n + \sqrt{n^2 - p^2}, r_2 = -n - \sqrt{n^2 - p^2}.$$

Решение

$$x = e^{-nt} (c_1 e^{P_1 t} + c_2 e^{-P_1 t}), \quad (4.9)$$

$$\text{где } P_1 = \sqrt{n^2 - p^2}, P_1 < n.$$

Решение (4.9) стремится к 0 при больших значениях t при любых начальных условиях. При этом графики могут быть такими (рис.4.3).

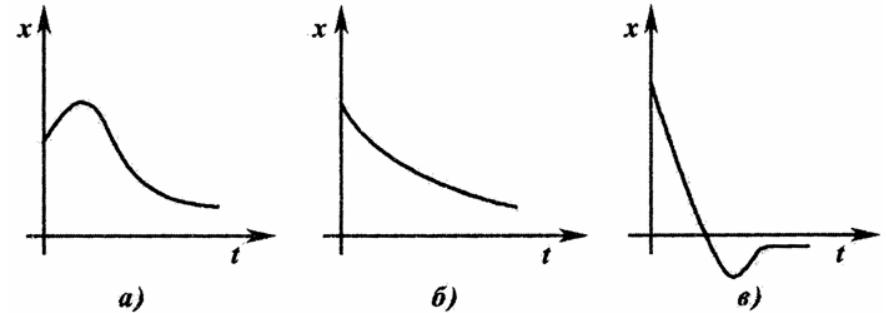


Рис. 4.3

Движение в этом случае не будет колебательным. Оно является *апериодическим*.

2) *Второй случай.* $n = P$ корни характеристического уравнения при этом одинаковые,

$$x = e^{-nt} (c_1 t + c_2) \quad (4.10)$$

Движение также будет апериодическим; его графики подобны графикам представленным на рис.4.3.

3) *Третий случай.* $n < P$ (случай малого сопротивления). Корни при этом комплексные:

$$r_1 = -n + iP_2, r_2 = -n - iP_2,$$

$$\text{где } P_2 = \sqrt{P^2 - n^2}, i = \sqrt{-1}.$$

$$x = e^{-nt} \left(x_0 \cos P_2 t + \frac{\dot{x}_0 + nx_0}{P_2} \sin P_2 t \right) = e^{-nt} A \sin(P_2 t + \varepsilon). \quad (4.11)$$

Амплитуда колебаний системы с сопротивлением со временем убывает по экспоненциальному закону; колебания затухают. В этом затухании и выражается влияние сопротивления на свободные колебания.

Движение периодическое, с периодом

$$T = \frac{2\pi}{P_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{P^2 - n^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{P}\right)^2}}, \quad (4.12)$$

где $T_0 = \frac{2\pi}{P}$ – период свободных колебаний той же системы без сопротивлений.

При достаточно малом n период T можно вычислять по формуле

$$T \approx \frac{2\pi}{P} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{n}{P} \right)^2 \right) = T_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{n^2}{P^2} \right).$$

Название «период» для затухающих колебаний чисто условно, поскольку условия периодичности (за исключением моментов прохождения через положения равновесия) не выполняются.

$D = \frac{n}{P}$ – степень затухания. Отношение двух последовательных амплитудных отклонений системы равновесного положения в одну сторону называется *коэффициентом относительного затухания* ψ

$$\psi = \frac{Ae^{-nt}}{Ae^{-n(t+T)}} = e^{nT}. \quad (4.13)$$

n – величина постоянная, следовательно величины амплитудных отклонений убывают в геометрической прогрессии с течением времени.

Более подходящим для характеристики убывания амплитуд является логарифмический *декремент затухания*.

$$\delta = \ln \psi = nT = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{P}{n}\right)^2 - 1}}, \quad (4.14)$$

тогда

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4\pi^2}}. \quad (4.15)$$

Как видно из последней формулы, сопротивление значительно больше влияет на убывание амплитуд, чем на изменение периода.

Так, при $T/T_0 = 1,1$, что соответствует увеличению периода на $0,1T_0$,

$\delta \approx 2,88$ и $\psi \approx 17,8$. За два полных колебания амплитуда уменьшается почти в 316 раз, т.е. колебания практически прекратятся.

На практике для определения δ используют приближенную

формулу $\delta \approx \frac{\Delta y}{y}$ (рис.4.4).

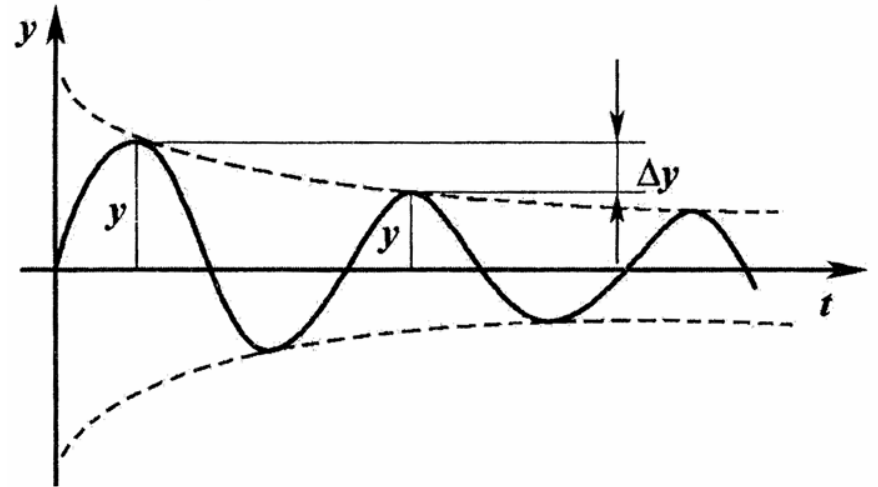


Рис.4.4

Механическая система «экипаж–путь» – это сложная инерционная упругая и диссипативная система. Для полного определения деформаций, возникающих в такой системе при колебаниях нужно знать перемещения всех точек системы, а их бесконечно много, следовательно, упругие системы являются системами с бесконечным числом степеней свободы. Практическое изучение таких колебаний очень сложно; осуществить задачу изучения можно только путем упрощений. Один из путей – замена рассматриваемой системы более простой, с упругим распределением масс и жидкостей, но близкой по результатам расчетов к данной. Такая упрощенная схема называется *приведенной*. Существуют специальные правила приведения сплошных упругих систем. Один из них – замена реальной системы системой с конечным числом степеней свободы.

Рассмотрим два простых примера:

1) Груз подвешен на пружине AB в неподвижной точке A (рис.4.5, а).

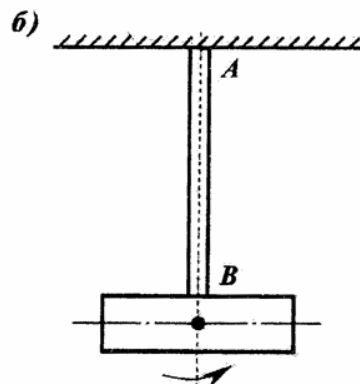
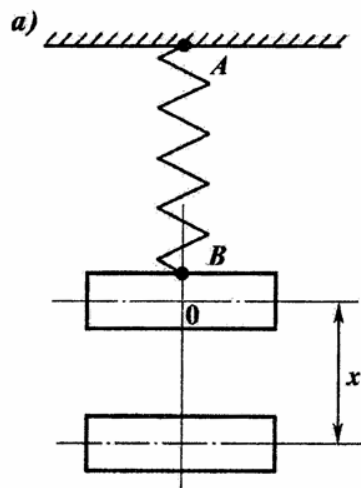


Рис.4.5

Когда масса груза значительно превышает массу пружины при нахождении наименьшей собственной частоты колебаний без большой погрешности можно пренебречь массой пружины, сохраняя ее упругие свойства. Если еще предположить, что движение

груза только по вертикали, то получается система с одной степенью свободы.

2) Диск прикреплен к концу B круглого стержня AB (рис.4.5, б), другой конец которого неподвижно закреплен в точке A . Если момент инерции стержня мал по сравнению с моментом инерции диска, то вновь заменяя стержень крутильной жесткостью получаем систему с одной степенью свободы.

Естественно, что подобные расчеты могут дать приближенные значения частот, при этом какая-то часть их вообще выпадает из рассмотрения, однако найденные значения характеристик основных колебаний (с наименьшими частотами) будут достаточно точными. Пусть в результате приведения у нас получилась n -массовая система, положение всех масс которой определяют n независимых координат x_i . Уравнения собственных колебаний такой системы имеют вид

$$\sum_{j=1}^n m_{ij} \ddot{x}_j + \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j = 0, \quad (4.16)$$

где $M = \|m_{ij}\|$ – матрица инерциальных коэффициентов;
 $C = \|c_{ij}\|$ – матрица жесткостных коэффициентов.

Вид матрицы M зависит от выбора системы координат. В простейшем случае, когда эти координаты есть перемещения центров масс, входящих в систему жестких тел в трех взаимно перпендикулярных направлениях и повороты этих тел относительно осей симметрии, а матрица H – диагональная.

Решением системы (4.16) являются гармонические колебания, которые можно представить в виде:

$$x_i = u_i \sin(\omega t + \varphi), \quad (4.17)$$

где u_i – постоянные амплитуды;
 ω – частота колебаний;
 φ – фаза колебаний.

Подставляя (4.17) в (4.16) и сократив $\sin(\omega t + \varphi)$, получим систему линейных алгебраических уравнений относительно u_i .

$$\sum_{j=1}^n (m_{ij} \omega^2 - c_{ij}) u_j = 0. \quad (4.18)$$

Эта система имеет ненулевые решения лишь тогда, когда ее главный определитель равен нулю.

$$\Delta(P^2) = \begin{vmatrix} m_{11}\omega^2 - c_{11} & m_{12}\omega^2 - c_{12} \dots m_{1n}\omega^2 - c_{1n} \\ m_{21}\omega^2 - c_{21} & m_{22}\omega^2 - c_{22} \dots m_{2n}\omega^2 - c_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ m_{n1}\omega^2 - c_{n1} & m_{n2}\omega^2 - c_{n2} \dots m_{nn}\omega^2 - c_{nn} \end{vmatrix} = 0. \quad (4.19)$$

Уравнение (4.19) – алгебраическое n -ой степени относительно ω^2 и его называют *частотным* или *вековым* уравнением.

Это уравнение в случае отклонений масс системы от положения устойчивого равновесия имеет n действительных положительных корней, то есть система имеет n частот собственных колебаний. Они называются *собственными частотами системы*. Обычно их нумеруют в порядке возрастания. Каждой частоте ω_i соответствует решение

$$a_j = (C_{ji} \cos \omega_i t + C_{2i} \sin \omega_i t) U_{ji} = A_i \sin(\omega_i t + \varepsilon_i) U_{ji}. \quad (4.20)$$

Движения в соответствии с уравнениями (4.20) называются *главными колебаниями системы*.

Поскольку при решении систем однородных уравнений, одну из координат можно задать произвольной, то в результате решения (4.18) мы получим отношение амплитуд колебаний, соответствующих частоте ω_i . Эти отношения называют *собственной формой колебания*, а вектор $(U_{1i}, U_{2i}, \dots, U_{ni})$ – собственным вектором, соответствующим собственной частоте P_i .

Собственная форма не зависит от начальных условий, но, как и собственная частота зависит только от масс и жесткостей системы.

В качестве примера колебаний двухмассовой системы рассмотрим вертикальные колебания локомотива с двухступенчатым рессорным подвешиванием – между буксами и тележками и между тележками и кузовом. При подпрыгивании эта система имеет две степени свободы и соответственно две частоты собственных

колебаний. На рис.4.6 представлена расчетная схема для такого экипажа.

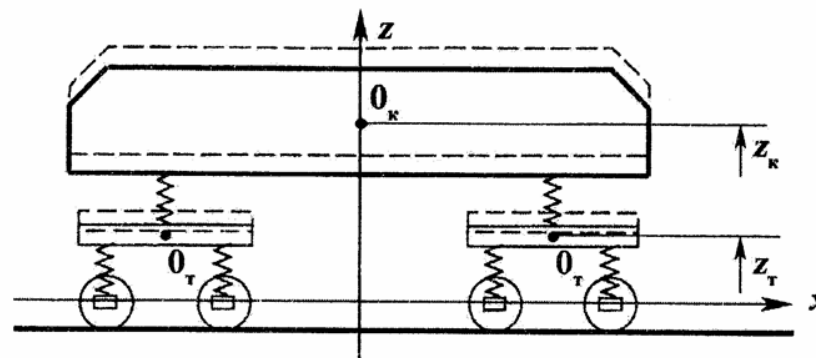


Рис. 4.6

Обозначим массы кузова и обеих тележек m_k и m_r , суммарные жесткости рессорного подвешивания кузова и тележек $\mathcal{J}_k$ и $\mathcal{J}_r$. Силы, действующие на массы:

$$P_{ин2} = m_k \ddot{z}_k,$$

$$R_2 = \mathcal{J}_k (z_k - z_r),$$

$$P_{ин1} = m_r \ddot{z}_r,$$

$$R_1 = \mathcal{J}_r z_r.$$

Уравнения колебаний, составленные по **принципу Даламбера** (рис.4.7) будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} m_r \ddot{z}_r + \mathcal{J}_r z_r - \mathcal{J}_k (z_k - z_r) = 0 \\ m_k \ddot{z}_k + \mathcal{J}_k (z_k - z_r) = 0. \end{cases} \quad (4.21)$$

Вековое уравнение будет таким:

$$\begin{vmatrix} m_r \omega^2 - (\mathcal{J}_r + \mathcal{J}_k) & + \mathcal{J}_k \\ + \mathcal{J}_k & m_k \omega^2 - \mathcal{J}_k \end{vmatrix} = 0, \quad (4.22)$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\mathcal{H}_T + \mathcal{H}_K}{m_T} + \frac{\mathcal{H}_K}{m_K} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{\mathcal{H}_T + \mathcal{H}_K}{m_T} + \frac{\mathcal{H}_K}{m_K} \right)^2 - \frac{\mathcal{H}_T}{m_T} \cdot \frac{\mathcal{H}_K}{m_K}}. \quad (4.23)$$

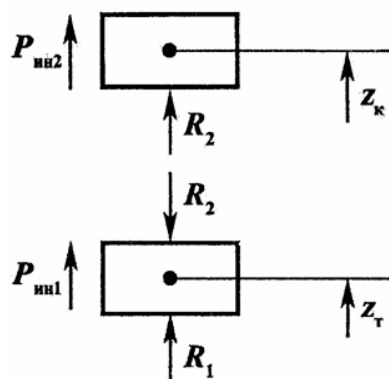


Рис. 4.7

Первая частота соответствует первому главному колебанию, когда кузов и тележка движутся в одном направлении, вторая – второму главному колебанию, когда они движутся навстречу друг другу.

Для определения форм главных колебаний найдем отношения амплитуд:

$$\lambda_1 = \frac{z_K}{z_T} = \frac{\mathcal{H}_K}{\mathcal{H}_K - \omega_1^2 m_K},$$

$$\lambda_2 = \frac{z_K}{z_T} = \frac{\mathcal{H}_K}{\mathcal{H}_K - \omega_2^2 m_K}.$$

Глава 5

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ И РАВНОВЕСИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Одним из важнейших понятий механики является понятие *устойчивости*. Устойчивость может относиться к движению механической системы или к ее равновесию.

Равновесие механической системы устойчиво, если при малом возмущении (смещении, толчке и т.д.) точки системы во все последующее время мало отклоняются от их равновесных положений; в противном случае равновесие неустойчиво. Обычно при малых возмущениях точки системы, находящейся в положении устойчивого равновесия совершают около своих равновесных положений малые колебания, которые вследствие сопротивления затухают и равновесие восстанавливается.

Движение любой механической системы зависит от действующих сил и начальных условий. Зная их, можно рассчитать, как будет двигаться система. Движение, соответствующее этому расчету называется *невозмущенным*. Но, поскольку все измерения производятся с той или иной степенью точности, то на практике истинные значения начальных условий будут несколько отличаться от расчетных. Помимо этого, механическая система может во время движения подвергаться незначительным случайным воздействиям не учтенным при расчете, что также эквивалентно изменению начальных условий. Возникающие по разным причинам отклонения начальных условий от их расчетных значений называются *начальными возмущениями*, а движение, которое система будет совершать при наличии этих возмущений – *возмущенным движением*.

Влияние начальных возмущений на характеристики движения системы (перемещение точек, их скорости и т.д.) может быть двояким: если при достаточно малых начальных возмущениях какая-нибудь из характеристик во все последующее время мало отличается от того значения, которое она должна иметь в невозмущенном состоянии, то движение системы по отношению к этой характеристике называется *устойчивым*.

Если же при малых начальных возмущениях данная характеристика со временем будет все более и более отличаться от значения в невозмущенном состоянии, то движение системы по отношению к этой характеристике называется *неустойчивым*.

Условия, при которых движение или равновесие механической системы является устойчивым, называются *критериями устойчивости*.

Условие устойчивости по А.М.Ляпунову можно сформулировать так: равновесное состояние или состояние движения механической системы будет устойчиво, если при малых начальных возмущениях движение точек механической системы будет мало отличаться от невозмущенного движения.

Физическим признаком устойчивости или неустойчивости равновесия упругих систем служит поведение нагруженной упругой системы при ее отклонениях от рассматриваемого положения

равновесия на малую величину. Если система, отклоненная от положения равновесия, возвратится в первоначальное положение после устранения причины, вызвавшей отклонение, то равновесие устойчиво. Если отклонение не исчезнет, а продолжит расти, то положение равновесия неустойчиво. Нагрузка, при которой устойчивое равновесие переходит в неустойчивое, называется *критической нагрузкой*, а состояние системы – *критическим состоянием*. Установление критических состояний и составляет основной предмет изучения устойчивости упругих систем.

Определение устойчивости невозмущенного движения по Ляпунову не предполагает обязательного возвращения системы в невозмущенное состояние, хотя и не исключает возможности такого возвращения. А.М.Ляпунов рассматривал поведение системы, в котором она в возмущенном движении безгранично приближается к невозмущенному движению, как частный случай устойчивости и ввел для него наименование *асимптотической устойчивости*. Понятие устойчивости может быть определено и для автоколебаний.

Автоколебаниями называются незатухающие колебания, которые могут существовать в колебательной системе при отсутствии переменного внешнего воздействия, причем амплитуда и период колебаний определяются свойствами самой системы. Этим они отличаются от *вынужденных колебаний*, амплитуда и период которых определяются характером внешнего воздействия. Автоколебания отличаются и от *свободных колебаний* тем, что свободные колебания постепенно затухают и амплитуда их зависит от первоначального «толчка», создающего эти колебания. *Примером автоколебаний* служат часы.

Системы, в которых возникают автоколебания, называются *автоколебательными*.

Автоколебательные системы во многих случаях можно разделить на три основных элемента:

- колебательную систему (в узком смысле);
- источник энергии, за счет которого поддерживаются автоколебания;

- устройство, регулирующее поступление энергии из источника в колебательную систему.

Обычно поступление энергии колеблется от периода к периоду. Если возникающие при этом отклонения амплитуды в ту или другую сторону от стационарного значения затухают, то автоколебания устойчивы. Однако бывает, что нарушение компенсации потерь приводит к дальнейшему росту амплитуд – в этом случае автоколебания долго существовать не могут.

В процессе движения экипажа необходимо оценить и обеспечить устойчивость его элементов и конструкции в целом. При расчете элементов конструкций, подвергающихся сжимающим нагрузкам определяют *статическую устойчивость равновесия деформируемых систем*. За критерий оценки принимают коэффициент запаса устойчивости, определяемый отношением критической силы, соответствующей началу потери устойчивости и допустимой расчетной силе. Во время движения экипажа возникают динамические процессы, одной из важнейших характеристик которых является *устойчивость системы в движении*.

При отыскании математических критериев понятие «устойчивость системы в движении» подразделяют на *устойчивость состояния равновесия* (например, существование устойчивости малых колебаний около состояния равновесия) и на *устойчивость движения* (например, существование устойчивых периодических движений). В большинстве случаев движения, для которых дифференциальные уравнения возмущенного движения являются линейными за критерий устойчивости могут быть приняты знаки корней соответствующего характеристического уравнения. Если корни будут иметь отрицательные действительные части, то возмущенные колебания исчезают и невозмущенное движение устойчиво. Для таких систем (к ним относятся и экипажи) задача оценки устойчивости систем по Ляпунову сводится к качественному анализу дифференциальных уравнений без необходимости их решения. По **критерию Рауса-Гурвица** все корни характеристического уравнения $a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$ будут иметь отрицательные вещественные части только тогда, когда все определители вида положительные.

$$D_1 = a_1; D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix}; D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix}, \dots,$$

$$D_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & a_0 & 0 \dots 0 \\ \vdots & & & & \\ a_{2n-3} & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_{2n-1} & \dots & \dots & \dots & 0 \end{vmatrix} \quad (5.1)$$

Динамическая устойчивость – понятие более широкое. Оно обобщает понятие и критерии устойчивости по Ляпунову, Лагранжу, а также технической устойчивости. Дополнительно оно содержит критерии оценки динамических ходовых качеств экипажа – плавности хода, устойчивости против схода колес с рельсов, уровня величины динамических сил, ускорений и пр. *Реализация динамической устойчивости* учитывает условия ограниченности изменения координат, скоростей и функций от координат и скоростей системы или ограниченность показателей динамических качеств. *Достаточным признаком* динамической устойчивости является совокупность условий, при которых обеспечивается требование ограниченности допускаемого уровня всех динамических показателей.

Рассмотрим понятие устойчивости движения применительно к колебаниям экипажей.

При двух ступенчатом рессорном подвешивании система уравнений колебаний при наличии вязкого демпфирующего сопротивления в каждой ступени согласно схеме (рис. 5.1) имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} m_t z_t + \beta_t (z_t - z_n) - \beta_k (z_k - z_t) + \gamma_t (z_t - z_n) - \gamma_k (z_k - z_t) &= 0 \\ m_k z_k + \beta_k (z_k - z_t) + \gamma_k (z_k - z_t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

Характеристическое уравнение для данной системы имеет вид:

$$\Delta = \begin{vmatrix} m_t p^2 + (\beta_t + \beta_k) p + \gamma_t + \gamma_k & -\beta_k p - \gamma_k \\ -\beta_k p - \gamma_k & m_k p^2 + \beta_k p + \gamma_k \end{vmatrix} \quad (5.3)$$

Это уравнение есть многочлен четвертой степени относительно Р.

$$a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0, \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \text{где } a_4 &= m_t m_k, \\ a_3 &= m_t \beta_k + m_k (\beta_t + \beta_k), \\ a_2 &= m_t \gamma_k + m_k (\gamma_t + \gamma_k) + \beta_k \beta_t, \\ a_1 &= \gamma_k \beta_t + \beta_k \gamma_t, \\ a_0 &= \gamma_k (\gamma_t + \gamma_k) - \gamma_k^2 = \gamma_t \gamma_k. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Исследуя эту систему на устойчивость по формулам (5.1) видно, что $D_1 > 0$, $D_2 > 0$, $D_3 > 0$, следовательно при наличии демпфирующих свойств система устойчива.

Наблюдения за движением железнодорожных экипажей показали, что оно является не прямолинейным, а извилистым. Основной причиной, вызывающей извилистое движение локомотивов являются силы и перемещения, возникающие при перекачивании бандажей по рельсам. Сюда относится влияние конечности профиля бандажей и влияние упругого скольжения бандажей по рельсам. При этом извилистое движение развивается без наличия возмущающих сил и относится к автоколебаниям. Некоторая доля энергии, вырабатывае-

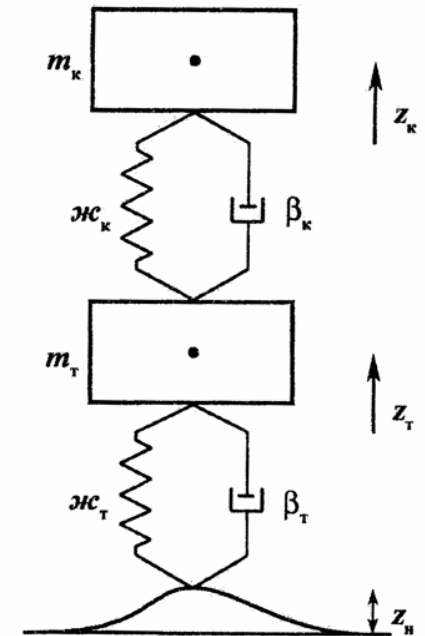


Рис. 5.1

мой локомотивом, расходуется на энергию автоколебаний, которые в ряде случаев могут иметь резонансный характер. Теоретические исследования извилистого движения были направлены на определение его параметров и выяснения характера и критериев устойчивости.

Пусть колесная пара, двигаясь вдоль оси пути (ox), сместилась в поперечном направлении на Y (рис. 5.2). Коничность бандажей уклоном α приведет к тому, что радиус круга катания по левому рельсу увеличится на величину $\Delta r = Y\alpha$, а по правому уменьшится на такую же величину:

$$\begin{aligned} r_n &= r + \Delta r = r + Y\alpha; \quad r_n = r - \Delta r = r - Y\alpha; \\ r_n - r_n &= 2\Delta r = 2Y\alpha. \end{aligned} \quad (5.6)$$

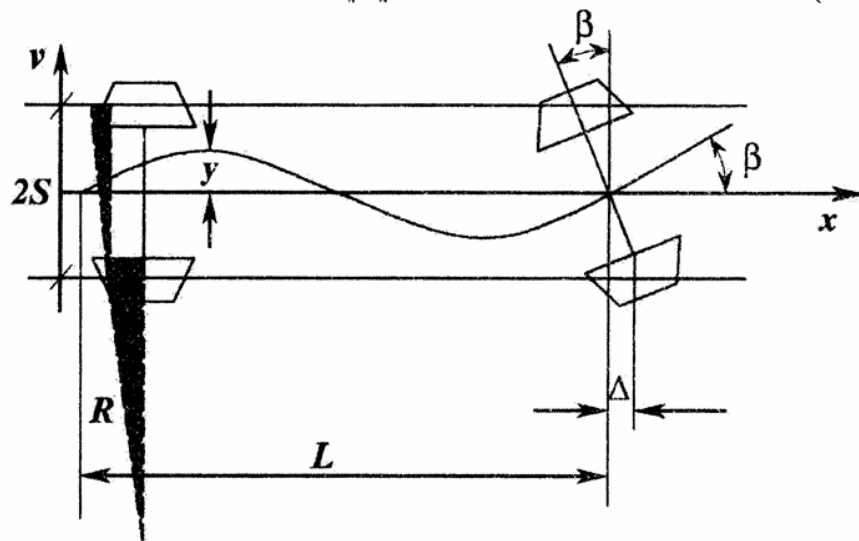


Рис.5.2

Уклон конической поверхности проходящей через круги катания обеих колес будет равен

$$\frac{r_n - r_n}{2S} = \frac{2y\alpha}{2S},$$

где через $2S$ обозначено расстояние между кругами катания.

Расстояние от середины колесной пары до вершины конуса R будет радиусом кривизны траектории, описываемой средней точкой колесной пары.

Из подобия восьмиугольников следует:

$$\begin{aligned} \frac{2y\alpha}{2S} &= \frac{r}{R}, \\ R &= -\frac{rS}{y\alpha}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Знак «-» означает, что центр кривизны уходит в сторону, противоположную смещению колесной пары.

Поскольку

$$\frac{1}{R} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} \approx \frac{d^2 y}{dx^2},$$

мы получим дифференциальное уравнение извилистого движения одиночной колесной пары

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{\alpha}{rS} y = 0. \quad (5.8)$$

Полагая $Y_{\max} = Y_0$, $Y(0) = 0$, получим решение уравнения (5.8) в виде:

$$y = y_0 \sin\left(x \sqrt{\frac{\alpha}{rS}}\right). \quad (5.9)$$

Следовательно, движение колесной пары будет синусоидальным с длиной волны $L = 2\pi \sqrt{\frac{rS}{\alpha}}$ (формула Клингеля) и амплитудой, равной наибольшему смещению колесной пары. Длина волны

не зависит от амплитуды виляния и от скорости движения, однако зависит от уклона α поверхности катания бандажей.

Частота колебаний виляния

$$f = \frac{V}{L}. \quad (5.10)$$

При $2S=1,88$ м, $\alpha=1 : 20$, $2r=1,05$ м, $L=18,1$ м.

$$f = \frac{V}{65,2},$$

Здесь значения V подставлены в размерности км/ч.

Угол перекося оси $\beta_{\max} = y_0 \sqrt{\frac{\alpha}{rS}}$ при $y_0=7$ мм (для новой колесной пары) $\beta_{\max}=0,00244$.

При расстоянии между серединами букс 2,1 м продольное смещение буксы от ее нормального положения будет

$$\Delta = \beta_{\max} \frac{2,1}{2} = 0,0026 \text{ м.}$$

Практически продольный разбег равен 2 мм. Соответственно, при больших скоростях движение колесной пары становится стабильным, но не синусоидальным.

Глава 6

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРИ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

Вынужденные колебания возникают в механической системе в результате воздействия на нее внешних (обычно периодических) возмущающих сил или ударов (импульсов).

Начнем с разбора простейшего случая, когда внешняя сила изменяется по гармоническому закону

$$Q(t)=Q_0 \sin \omega t,$$

где Q_0 , ω – амплитуда и угловая частота вынуждающей силы.

Рассмотрим колебания одномассовой системы с одной степенью свободы под действием этой силы.

Уравнение колебаний системы имеет вид

$$m\ddot{z} + cz = Q_0 \sin \omega t \quad \text{или} \quad \ddot{z} + p^2 z = q_0 \sin \omega t \quad (6.1)$$

где $p^2 = \frac{c}{m}$ – квадрат собственной круговой частоты;

$$q_0 = \frac{Q_0}{m}.$$

При $p \neq \omega$ решение (6.1) имеет вид

$$z(t) = z_0 \cos pt + \frac{\dot{z}_0}{p} \sin \omega t - \frac{q_0 \omega}{p(p^2 - \omega^2)} \sin pt + \frac{q_0}{p^2 - \omega^2} \sin \omega t \quad (6.2)$$

Первые два слагаемых определяют *собственные колебания системы*, третье слагаемое – *сопровождающее свободное*, оно всегда сопровождает вынужденные при любых начальных условиях, от которых вообще не зависит, четвертое слагаемое представляет вынужденные колебания.

$$z_s(t) = \frac{q_0}{p^2 - \omega^2} \sin \omega t. \quad (6.3)$$

При $p=\omega$ выражение (6.3) теряет смысл. В этом случае решение (6.1) будет таким:

$$z(t) = z_0 \cos pt + \frac{\dot{z}_0}{p} \sin pt + \frac{q_0}{2p^2} \sin pt - \frac{q_0 t}{2p} \sin pt, \quad (6.4)$$

и здесь вынужденные колебания представлены одним слагаемым

$$z_s(t) = -\frac{q_0 t}{2p} \sin pt, \quad (6.5)$$

которое будет уже не периодическим. Такой член называют *вековым*, он растет по абсолютной величине с течением времени безгранично. Совпадение частоты возмущения с собственной частотой системы и сопровождающие его явления носят название

резонанса. На практике систем без сопротивления не существует, поэтому и явление резонанса в чистом виде (6.5) в механических системах отсутствует, однако и в этом случае существует факт возрастания вынужденных колебаний.

Рассмотрим дифференциальное уравнение такого движения на примере движения локомотива.

Поскольку на рельсовом пути имеются неровности, механическая система, которую представляет локомотив, во время движения будет совершать вынужденные колебания. Дифференциальное уравнение колебаний системы с одной степенью свободы при наличии затухания и возмущающей силы (например, колебания подрессорного строения) имеет вид

$$m\ddot{z} + \beta\dot{z} + cz = Q_0 \sin \omega t, \quad (6.6)$$

где m, β, c – масса, коэффициент сопротивления и жесткость системы;

Q_0, ω – амплитуда и частота возмущения.

Преобразуем (6.6) к виду:

$$\ddot{z} + 2n\dot{z} + p^2 z = q_0 \sin \omega t, \quad (6.7)$$

$$\text{где } 2n = \frac{\beta}{m}, p^2 = \frac{c}{m}, q_0 = \frac{Q_0}{m}.$$

Решение уравнения (6.7) будет иметь следующий вид:

$$z(t) = z_1(t) + z_2(t) = e^{-nt} (c_1 \cos p_1 t + c_2 \sin p_1 t) + A \sin(\omega t - \varepsilon) \quad (6.8)$$

здесь $p_1 = \sqrt{p^2 - n^2}$ – круговая частота собственных колебаний системы;

$$A = \frac{q_0}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2}} - \text{амплитуда};$$

$$\varepsilon = \arctg \frac{2n\omega}{p^2 - \omega^2} - \text{фаза вынужденных колебаний}.$$

Если обозначить перемещение массы при статическом действии силы Q_0 через z_0 , $z_0 = \frac{Q_0}{c}$, то $z_2(t)$ можно записать так:

$$z_2(t) = \frac{q_0}{p^2} \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{\omega}{p}\right)^2 \left(\frac{n}{p}\right)^2}} \sin(\omega t - \varepsilon) \quad (6.9)$$

$$z_2(t) = \frac{Q_0}{c} f_1 \sin(\omega t - \varepsilon) = z_0 f_1 \sin(\omega t - \varepsilon), \quad (6.10)$$

$$\text{где } f_1 = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{\omega}{p}\right)^2 \left(\frac{n}{p}\right)^2}}. \quad (6.11)$$

Коэффициент f_1 принято называть *передаточным коэффициентом колебаний* или *функцией передачи*. Из формулы (6.5) видно, что f_1 представляет собой масштаб увеличения статической амплитуды z_0 при действии периодически меняющейся внешней нагрузки. При резонансе ($\omega=p$) функция $f_1 \neq \infty$, как это имело бы место при отсутствии затухания при $n=0$, равна

$$f_1 = \frac{1}{2D}; \left(D = \frac{n}{p} \right).$$

Графики значений f_1 в зависимости от соотношения ω/p при различных значениях степени демпфирования D приведены на рис.6.1.

Функция коэффициента передачи. В зоне резонанса амплитуда вынужденных колебаний ограничивается затуханием системы, а в отдаленной для резонанса области затухание сказывается мало. После прохода через резонанс амплитуда вынужденных колебаний резко уменьшается.

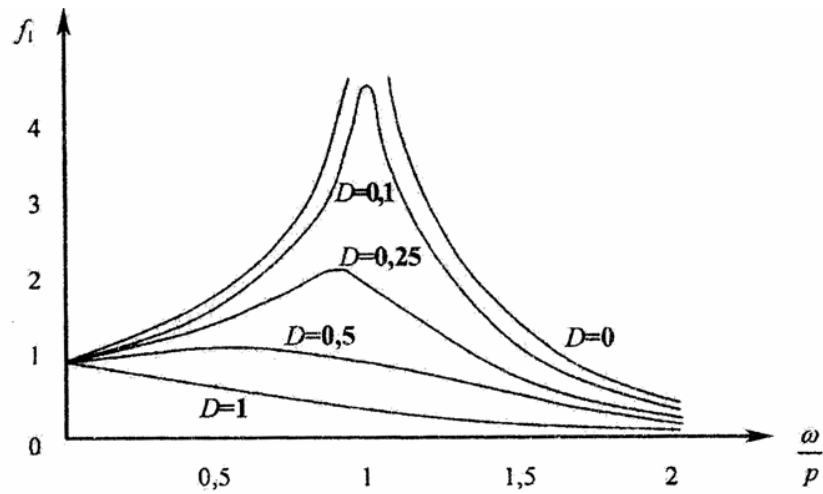


Рис. 6.1

На рис.6.2 приведен график изменения фазового угла ε запаздывания вынужденных колебаний (по сравнению с законом возмущающей силы).

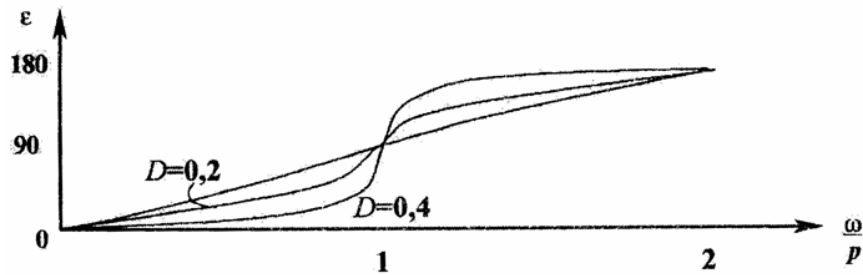


Рис. 6.2

Видно, что этот угол при $\omega \ll p$ невелик, при $\omega = p$ равен 90° , а в зарезонансной зоне $\omega/p \geq 1$ — 180° . Амплитуда колебаний имеет максимальное значение при сдвиге фаз $= 90^\circ$.

Передача динамических воздействий происходит не только через упругие элементы, но и через *демпферы*. Поэтому динамическая реакция системы на внешнее периодическое возмущение будет такой:

$$p_{\text{дин}} = cz + \beta \dot{z} = m \frac{c}{m} \dot{z} + m \frac{\beta}{m} \dot{z} = m(p^2 z + 2n\dot{z}) =$$

$$= mA[p^2 \sin(\omega t + \varepsilon) + 2n\omega \cos(\omega t + \varepsilon)] =$$

$$= \frac{mq_0[p^2 \sin(\omega t + \varepsilon) + 2n\omega \cos(\omega t + \varepsilon)]}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}}$$

$$Q_{\text{max}} = Q_0 f_1 \sqrt{1 + \left(\frac{2n\omega}{p^2}\right)^2} = Q_0 f_2,$$

где $f_2 = f_1 \sqrt{1 + 4\left(\frac{n}{p}\right)^2 \left(\frac{\omega}{p}\right)^2}$ — называется коэффициентом передачи силы.

В случае кинематического возмущения возбуждение колебаний происходит под действием изменяющейся по периодическому закону какой-либо координаты перемещения. Рассмотрим *относительные перемещения наддрессорного строения* (рис.6.3). Дифференциальное уравнение для такой системы

$$m(\ddot{z} + \ddot{z}_n) + \beta \dot{z} + cz = 0$$

$$\text{или } \ddot{z} + 2n\dot{z} + p^2 z = -\ddot{z}_n.$$

$$\text{Если } z_n = h_n \sin \omega t,$$

$$\text{то } \ddot{z} + 2n\dot{z} + p^2 z = h_n \omega^2 \sin \omega t.$$

Решение этого уравнения, определяющее вынужденные колебания, будет таким:

$$z_2(t) = \frac{h_0 \omega^2}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2}} \sin(\omega t - \varepsilon) = h_0 f_3 \sin(\omega t - \varepsilon), \quad (6.13)$$

$$\text{где } f_3 = \frac{\omega^2}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2}} - \text{коэффициент нарастания амплитуд деформаций, называемый иногда модулем передаточной функции.}$$

График его приведен на рис.6.4. (6.14)

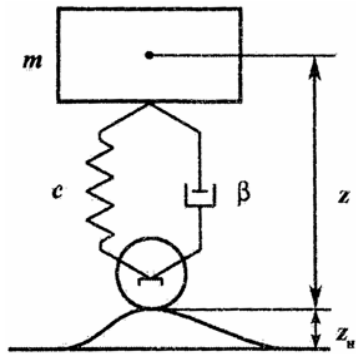


Рис. 6.3

не отличается от соответствующих амплитуд вынужденных колебаний без сопротивления. В этих областях при вычислении амплитуд можно совсем не учитывать сопротивление, которое вообще с трудом поддается точному определению. Хотя амплитуды вынужденных колебаний систем с сопротивлением при резонансе остаются конечными, однако при продолжительной работе деталей имеется опасность усталостных разрушений их в резонансных условиях. Поэтому при проектировании стараются подобрать соотношение размеров и прочности деталей так, чтобы отодвинуть условие нормального режима от резонансных условий. В общем

Амплитудно-частотная характеристика. С ростом ω/p амплитуда вынужденных колебаний стремится к амплитуде кинематического возмущения. Из рассмотрения кривых на рис.6.1 и 6.4 обнаруживается следующий факт, имеющий значение в приближенных расчетах. В областях, достаточно далеких от резонансных, $\omega \gg p$ амплитуды при относительно малом сопротивлении почти

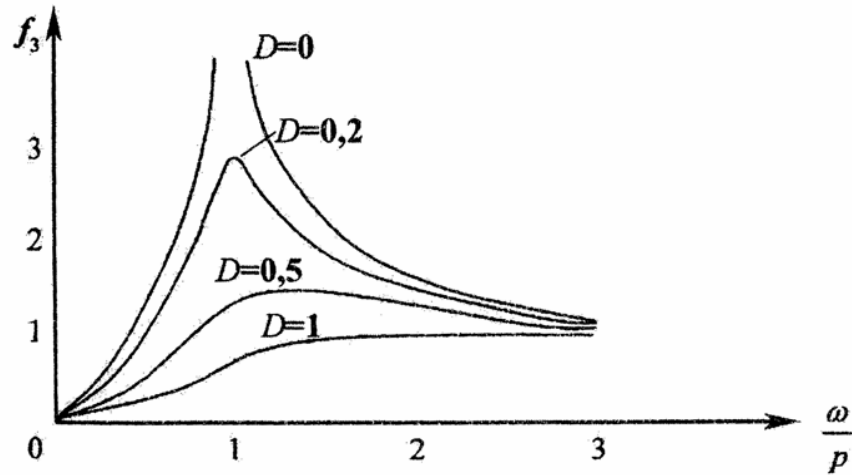


Рис. 6.4

случае, когда возмущающая сила является периодической функцией времени, не обязательно гармонической, приемлем метод разложения ее в ряд Фурье.

Пусть

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \omega n t + b_n \sin \omega n t), \quad (6.15)$$

периодическая возмущающая сила, отнесенная к единице массы с периодом T , $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Решение дифференциальных уравнений

$$\ddot{z} + p^2 z = f(t). \quad (6.16)$$

В этом случае решение может быть получено как линейная система частных решений, соответствующих каждому отдельному слагаемому правой части.

Перепишем (6.15) в виде

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(\omega n t - \varepsilon_n), \quad (6.17)$$

тогда решение уравнения (6.16), соответствующее вынужденным колебаниям также будем искать в виде:

$$z(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(\omega n t - \varepsilon) + A_0. \quad (6.18)$$

Подставив (6.18) в (6.16) и приравняв коэффициенты при одинаковых функциях, получим:

$$\left. \begin{aligned} A_n &= \frac{c_n}{p^2 - \omega^2 n^2} \\ A_0 &= \frac{a_0}{2p^2} \end{aligned} \right\}, \quad (6.19)$$

соответственно

$$z_s(t) = \frac{a_0}{2p^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{p^2 - \omega^2 n^2} \sin(\omega n t - \varepsilon_n). \quad (6.20)$$

Как видно из формулы (6.20), для получения функции, определяющей чисто вынужденные колебания достаточно умножить каждый член ряда разложения $f(t)$ на соответствующий по индексу

множитель $\frac{1}{p^2 - \omega^2 n^2}$, который называется *гармоническим ко-*

эффициентом влияния частоты ωn . Он равен амплитуде установившихся вынужденных колебаний от единичной возмущающей силы частоты ωn . Разложение (6.20) теряет смысл при $p = \omega n$. Это случай резонанса с n -й гармоникой. Подобных резонансов теоретически может быть бесконечно много. В практических расчетах ограничиваются конечным числом членов ряда (6.20), поскольку амплитуды составляющих его членов быстро убывают. Практически, если для некоторого n разность $p^2 - \omega^2 n^2$ достаточно мала по сравнению с остальными, можно ограничиться одной n -й гармоникой решения (6.20), отбросив все остальные. График зависимости амплитуды вынужденных колебаний от частоты возмущения называется *амплитудно-частотной характеристикой системы*.

Для систем с конечным числом степеней свободы, уравнение вынужденных колебаний при гармонической внешней силе и отсутствии сопротивления имеют следующий вид:

$$\ddot{x}_i + \sum_j a_{ij} x_j = q_i \sin(\omega t - \varepsilon). \quad (6.21)$$

Искомое решение запишем в виде:

$$x_i = \lambda_i \sin(\omega t + \varepsilon). \quad (6.22)$$

Для отыскания неизвестных амплитуд λ_i подставим (6.22) в (6.21). Получим систему алгебраических уравнений относительно λ_i :

$$\omega^2 \lambda_i = \sum_j a_{ij} \lambda_j - q_i. \quad (6.23)$$

Самым простым способом нахождения амплитуд λ_i является решение этой системы по правилам элементарной алгебры.

Поскольку система с n степенями свободы имеет n собственных частот, то при решении системы (6.23) возможны n резонансных зон, когда частота ω близка к одной из собственных частот

системы. Если представить решение в виде разложения по собственным формам, то

$$x_i = \sum_{j=1}^n \frac{A_{ij}}{p^2 - \omega^2} \sin(\omega t + \varepsilon), \quad (6.24)$$

где A_{ij} – коэффициенты разложения амплитуд внешних сил по собственным формам колебаний.

Выводы из вышеизложенного следующие:

1) Когда частота ω возмущающей силы равна одной из собственных частот системы, соответствующий член разложения неограниченно растет. Происходит явление *резонанса*. В системе с n степенями свободы возможны n резонансных состояний.

2) Когда частота ω возмущения близка к одной из собственных частот, то соответствующий член в разложении (6.24) значительно превышает все остальные. Вынужденные колебания в этом случае воспроизводят форму одного из собственных колебаний системы.

Комплексная передаточная функция. Если гармонические возмущения действуют на систему с вязким трением, то уравнения движения можно записать в форме:

$$\sum_{j=1}^n m_{ij} \ddot{x}_j + \sum_{j=1}^n \beta_{ij} \dot{x}_j + \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j = P_i(t), \quad (6.25)$$

где $P_i(t)$ – возмущающая сила, соответствующая перемещению x_i .

Запишем эти силы в комплексной форме:

$$P_i(t) = P_i^0 e^{i(\omega t + \varphi_i)},$$

где P_i^0 – амплитуда силы, приложенной к i -й массе, φ_i – ее фаза.

Перемещения также будем искать в виде:

$$\bar{x}_i(t) = U_i e^{j(\omega t + \varphi_i)} \quad (6.26)$$

где U_i – определяет действительную амплитуду колебаний.

Подставив (6.26) и (6.25), получим систему

$$-\sum m_{ij}\omega^2 \bar{U}_j + i\omega \sum \beta_{ij} \bar{U}_j + \sum c_{ij} \bar{U}_j = P_i, \quad (6.27)$$

решая которую, можно найти $\bar{U}_1 = u_1 e^{i\omega t}$.

Если на систему действует единичная гармоническая сила $P(t) = e^{i\omega t}$, то отношение перемещения $\bar{x}_1(t)$ к $\bar{P}(t)$ равно:

$$\frac{\bar{x}_1(t)}{\bar{P}(t)} = F_1(i\omega) \quad (6.28)$$

где $|F_1(i\omega)|$ – амплитуда перемещения под действием единичной силы, $\arg F_1(i\omega)$ – разность фаз силы и перемещения.

$F_1(i\omega)$ называется *комплексной передаточной функцией* или, для краткости, *передаточной функцией*. Определяется она решением системы (6.27) и равна дроби, в знаменателе которой стоит определитель этой системы, а в числителе – тот же определитель с замененным l -м столбцом правых частей, где лишь **одна** l -я сила равна **1**, а остальные – нули.

Примеры: 1. Динамический поглотитель колебаний (рис.6.5).

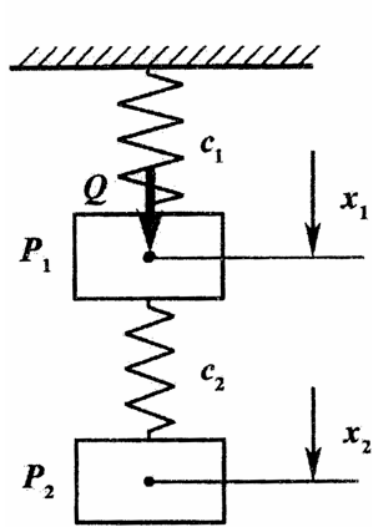


Рис. 6.5

$$\begin{cases} \frac{P_1}{g} \ddot{x}_1 + c_1 x_1 - c_2 (x_2 - x_1) = Q_0 \sin \omega t \\ \frac{P_2}{g} \ddot{x}_2 + c_2 (x_2 - x_1) = 0 \end{cases}$$

Решение ищем в виде

$$x_1 = A_1 \sin \omega t, \quad x_2 = A_2 \sin \omega t.$$

Амплитуды находим из системы уравнений:

$$\begin{cases} \left(c_1 + c_2 - \frac{P_1}{g} \omega^2 \right) A_1 - c_2 A_2 = Q_0 \\ -c_2 A_1 + \left(c_2 - \frac{P_2}{g} \omega^2 \right) A_2 = 0 \end{cases}$$

Если $\Delta \neq 0$, то

$$A_1 = \frac{Q_0}{\Delta} \left(c_2 - \frac{P_2}{g} \omega^2 \right), \quad A_2 = \frac{Q_0}{\Delta} c_2.$$

Ясно, что если выбрать вес и жесткость второго груза так, что $c_2 = \frac{P_2}{g} \omega^2$, то колебания первого груза будут равны нулю. Из

этого следует, что $\omega = \sqrt{\frac{c_2 g}{P_2}}$; p_2 – собственной частоте второго груза.

Если ω – величина переменная, то присоединение второго груза уже не будет устранять полностью колебания первого. Соответственно, подобный гаситель может быть построен только на одну частоту и применение его ограничено машинами, работающими с постоянной скоростью.

Динамический гаситель с затуханием (рис.6.6).

Пример 2.

$$\begin{cases} \frac{P_1}{g} \ddot{x}_1 + c_1 x_1 - c_2 (x_2 - x_1) - \beta (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = Q \sin \omega t \\ \frac{P_2}{g} \ddot{x}_2 + c_2 (x_2 - x_1) + \beta (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \end{cases}$$

Для решения этой системы примем метод комплексных амплитуд:

$$\bar{Q} = Q_0 e^{i\omega t}, \quad \bar{x}_1 = \bar{U}_1 e^{i\omega t}, \quad \bar{x}_2 = \bar{U}_2 e^{i\omega t}$$

$$\begin{cases} \left(c_1 + c_2 - \frac{P_1}{g} \omega^2 + \beta i \omega \right) \bar{U}_1 - (c_2 + \beta i \omega) \bar{U}_2 = Q_0 \\ -(c_2 + \beta i \omega) \bar{U}_1 + \left(c_2 - \frac{P_2}{g} \omega^2 + \beta i \omega \right) \bar{U}_2 = 0 \end{cases}$$

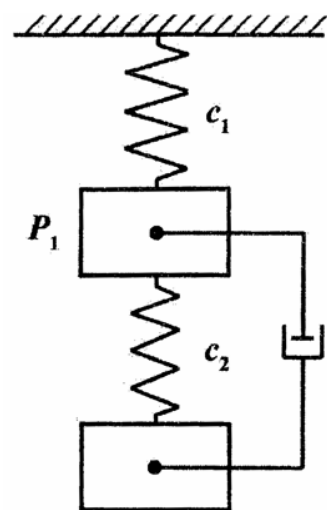


Рис. 6.6

$$\bar{U}_1 = \frac{Q_0}{\Delta} \left(c_1 - \frac{P_2}{g} \omega^2 + \beta i \omega \right)$$

$$\bar{U}_2 = \frac{Q_0}{\Delta} (c_2 + \beta i \omega)$$

$$\Delta = \frac{P_1 P_2}{g^2} \omega^4 - \left[\left(\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{g} \right) c_1 + \frac{P_1}{g} c_2 \right] \omega^2 + c_1 c_2 + i \beta \omega \left[c_1 - \left(\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{g} \right) \omega^2 \right].$$

Определив $\bar{U}_1$ и $\bar{U}_2$ можно

записать формулы для амплитуд U_1 и U_2 . График зависимости $U_1(\omega)$ имеет вид представленный на рис.6.7.

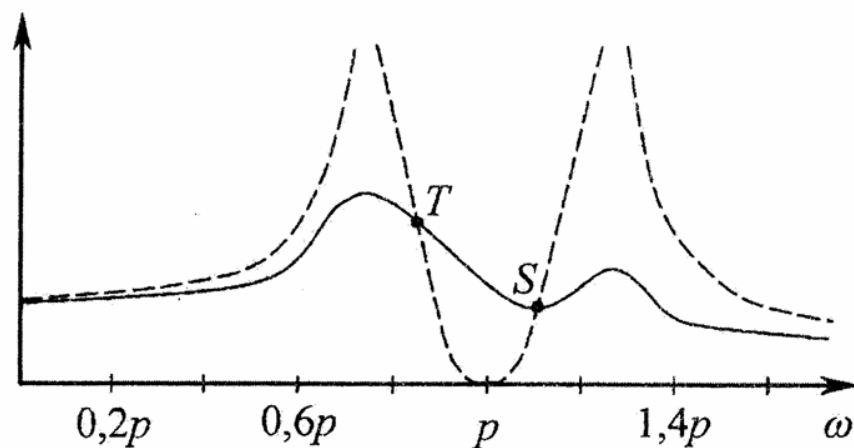


Рис. 6.7

Резонансные пики соответствуют двум собственным частотам системы. Данные кривые пересекаются в двух точках T и S . Оптимальная работа гасителя при данной его массе достигается, если точки T и S лежат на одной высоте.

ДВИЖЕНИЕ ЛОКОМОТИВА В КРИВОЙ

Движение локомотива в кривой связано с изменением направления его скорости. Каждая отдельная часть движется с ускорением $a = V^2/\rho$ (где ρ — радиус кривизны), направленным по нормали к кривой. Это ускорение возникает под действием направляющих сил от рельсов на колесные пары. Такие силы в кривых малого радиуса многократно превышают силы, возникающие в прямых участках пути при вилянии и отnose. Помимо этого, они действуют длительно, поскольку гребни некоторых колес прижаты к рельсам на всем протяжении кривой, а при вилянии в прямой — кратковременно в моменты набегания колес на рельсы. С этим связан повышенный боковой износ рельсов в кривых по сравнению с прямыми участками.

Через поперечные связи колесных пар с рамой тележки воздействия передаются на подрессоренные части, причем векторы поперечных сил лежат ниже центра масс кузова и подрессоренных частей тележек. Возникающий при этом опрокидывающий момент наклоняет подрессоренные части наружу, изменяя опорные реакции рессор. Для частичной компенсации направляющих сил и наклона кузова наружный рельс в кривой устанавливается с возвышением h . Появляющиеся при этом поперечные и вертикальные реакции поворачивают подрессоренные части в обратную сторону — внутрь кривой.

Процесс движения колесной пары в кривой сопровождается проскальзыванием колес относительно рельсов. Это явление связано с тем, что, во-первых, пути, проходимые колесами по наружному и внутреннему рельсам, различны, и, во-вторых, оси колесных пар за счет связей с рамой тележки всегда параллельны друг другу и не могут установиться радиально в рельсовой колее. Проскальзывание, возникающее вследствие разности проходимых путей, частично уменьшается благодаря конусности бандажей: наружное колесо катится по большему кругу катания, внутреннее — по меньшему. Проскальзывание, связанное с нерадиальной установкой колес, при существующей конструкции ходовых частей неустранимо.

По этим причинам при движении в кривой в точках контакта возникают значительные *силы трения*, вызывающие повышенный износ колес и рельсов. Для определения величин действующих сил проводится *динамический расчет*, однако динамического расчета движения экипажа в кривой (особенно малого радиуса) недостаточно для оценки безопасности прохождения участка, необходимо проверить и геометрическое вписывание экипажа.

Под *геометрическим вписыванием экипажа в кривую* понимают определение взаимного положения рельсовой колеи и элементов экипажа. Цели проверки:

- а) вписывание экипажа, т.е. возможность прохождения кривой без выхода гребней колес из рельсовой колеи;
- б) определение отклонений различных точек тележки относительно кузова и углов поворота тележек;
- в) определение углов набегания отдельных колесных пар на рельсы, т.е. углов между плоскостью круга катания и касательной к рельсу в точке контакта.

Положение тележки в круговой кривой определяется углом набегания α переднего колеса на наружный рельс. Угол α равен углу между радиусом, проведенным в т.А, и радиусом $O\Omega$, перпендикулярным к продольной оси тележки. Через т. Ω проходит ось вращения тележки под воздействием направляющих сил со стороны рельсов, сил трения в опорных точках колес, центробежной силы.

Как видно из рис. 7.1, расстояние от полюса т. Ω до передней оси

$$x_c + a = \rho \sin \alpha \approx \rho \alpha.$$

Стрела хорды f_x , длина хорды $2L$ и радиус наружной рельсовой нити

$$\rho_n = \rho + S.$$

связаны между собой соотношением $f_x = L^2 / (2(\rho + S) - f_x)$, или, учитывая относительную малость величин f_x и S ,

$$f_x = L^2 / 2\rho. \quad (7.1)$$

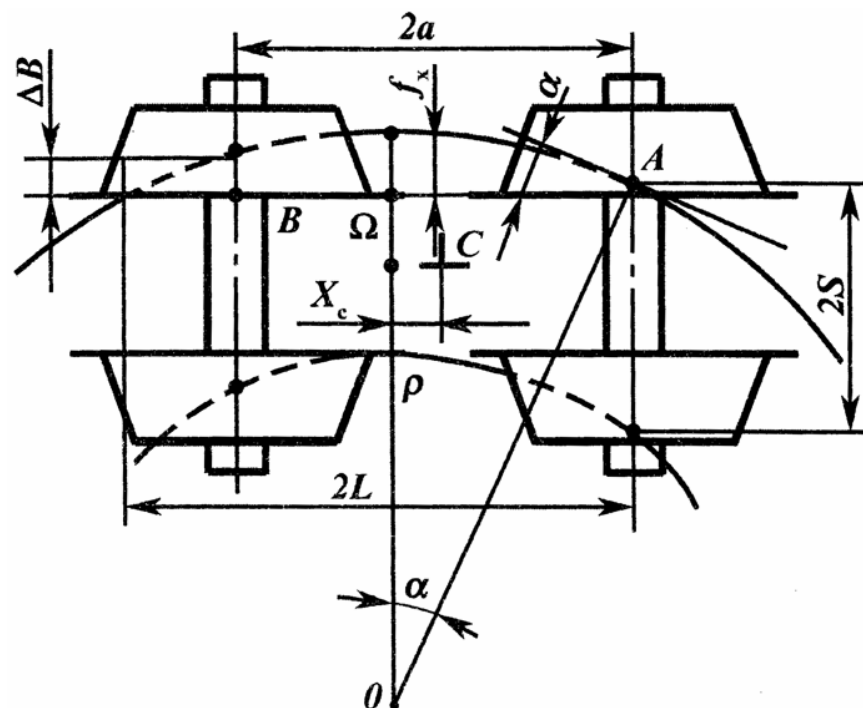


Рис. 7.1

Если $2L = 2a$, т.е. хорда равна базе тележки (заднее наружное колесо касается наружного рельса и тележка занимает хордовое положение), полюсное расстояние $x_c = 0$, точка Ω совмещается с центром тележки точкой C . При положении наибольшего перекоса, т.е. когда задняя колесная пара прижата к внутреннему рельсу и расстояние от гребня наружного колеса до рельса $\Delta_B = \Delta$, т.е. равно зазору в колее, полюсное расстояние

$$x_c = x_{сип} = \frac{\Delta \rho \cdot 10^{-3}}{2a}. \quad (7.2)$$

Если у трехосной тележки в хордовом положении стрела хорды равна зазору в колее, это означает, что тележка стала враспор и головки рельсов отжимаются гребнями колес наружу (рис. 7.2).

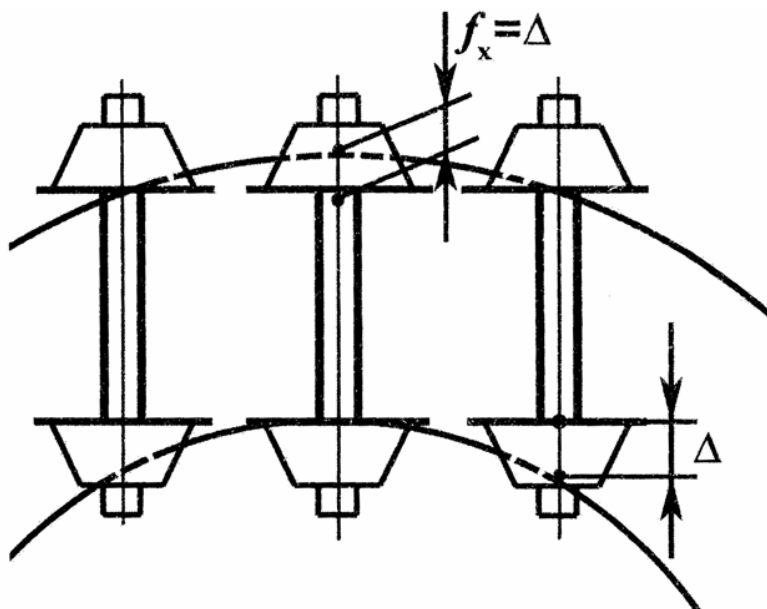


Рис.7.2

Во избежание такой ситуации в кривых малого радиуса делают уширение колеи. Для кривых с радиусом $\rho > 350$ м зазор остается номинальным:

$$\Delta = 1520 - 1506 = 14 \text{ mm.}$$

здесь 1506 – наружный размер колесной пары по гребням бандажей.

Для $\rho=349 \div 300$ м $\Delta=1530-1506=24$ мм.

Для $\rho < 300$ м $\Delta = 1535 - 1506 = 29$ мм.

Этот же результат – увеличение зазора – можно получить, обеспечив *поперечный разбег* средней колесной пары (электровоз ВЛ60) или уменьшив у нее *толщину гребней* (электровоз ЧС2).

Рассмотрим силы, действующие на движущийся в кривой экипаж.

При входе в кривую на гребень переднего наружного колеса со стороны наружного рельса начинает действовать направляющее усилие Y_1 , которое вынуждает экипаж двигаться по окружности вокруг центра кривой O . Экипаж, двигавшийся с линейной ско-

ростью V , начинает вращаться вокруг точки O с угловой скоростью

$$\omega = \frac{V}{3,6\rho} ,$$

где ρ – радиус вращения, т.е. перпендикуляр, опущенный из центра кривой на продольную ось экипажа. Основание перпендикуляра – т. Ω – представляет собой полюс поворота (рис. 7.3);

V – есть скорость тележки в поступательном движении при отсутствии направляющих сил, а такое движение может происходить за счет чистого качения.

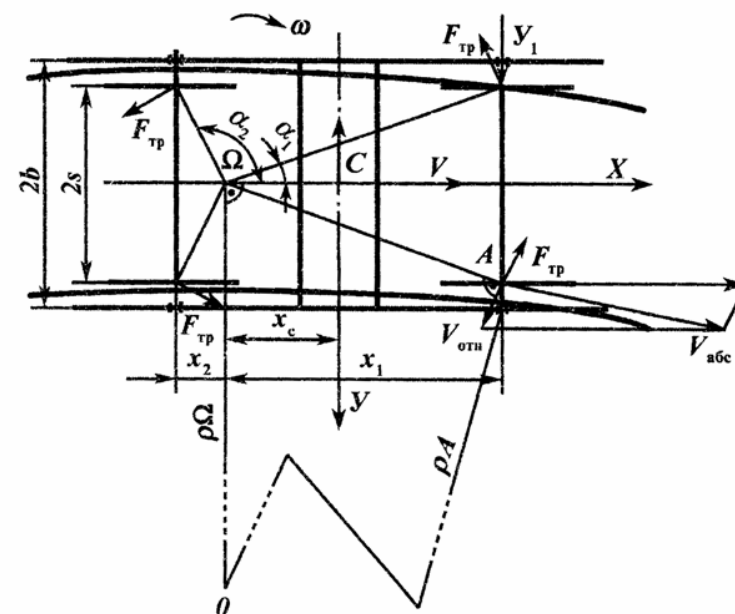


Рис. 7.3

Однако для любой точки плоскости, связанной с тележкой, кроме т. Ω , абсолютная скорость, направленная по касательной к окружности, проведенной через эту точку, *будет отличаться от скорости $\bar{V}$ на величину $\bar{V}_{\text{отн}} = \omega \sqrt{x_i^2 + s^2}$* . Для точек контакта колес с рельсами это означает *проскальзывание* в направлении $\bar{V}_{\text{отн}}$, сопровождающееся *появлением сил трения*.

Абсолютная скорость $V_{абс}$ любой точки тележки, в частности центра переднего внутреннего колеса D , направлена перпендикулярно радиусу, проведенному из центра O в данную точку и равна по величине

$$V_{абс}^D = \omega \rho_A.$$

При этом полезно вспомнить сложное движение точки из раздела «Кинематика» курса Теоретической механики.

Величины и направления абсолютных скоростей всех точек тележки будут различны. Абсолютную скорость каждой точки удобно представить как сумму переносной и относительной скорости. Тогда можно выразить абсолютную скорость точки D $\bar{V}_{абс}^D$ как векторную сумму переносной скорости $\bar{V}_{пер}^D = \bar{V}$ в точке Ω и относительной скорости $V_{отн}$ точки D во вращательном движении ее вокруг точки Ω .

Качение колес не сопровождается заметным сопротивлением, в то время как проскальзывание колес по рельсам во вращательном движении тележки вокруг полюса Ω сопровождается действием в опорных точках колес сил трения $F_{тр}$, препятствующих проскальзыванию.

Задачу о силах, действующих на тележку при движении в кривой, рассматривают с рядом упрощений. Так, коэффициенты трения под всеми колесами приняты одинаковыми и постоянными. При этом учитывают только горизонтальную составляющую силы трения, определяемую вертикальной нагрузкой на колесо; скорость движения считается постоянной, бандажи – цилиндрическими, кривая – идеальной круговой. Все силы, действующие на экипаж, переносятся в плоскость пути. Оси всех колесных пар закреплены в раме жестко, т.е. могут только вращаться, но не перемещаются друг относительно друга ни в продольном, ни в поперечном направлении. Силы тяги и торможения здесь отсутствуют.

Направления и величины внешних сил, приложенных к тележке, определяют ее положение относительно рельсов. При невысоких скоростях и соответственно небольших значениях центробежной силы C действие момента сил трения может заставить

тележку двигаться по кривой в положении *наибольшего перекося*, т.е. задняя колесная пара касается гребнем колеса головки рельса внутренней нити. Полюс максимально удален от центра тележки на величину

$$x_{сип} = \frac{\Delta \rho 10^{-3}}{2a}.$$

С ростом скорости (и величин сил C и V_1) тележка будет стремиться к *хордовой установке*, т.е. задняя колесная пара пройдя через *промежуточные положения*, при определенной скорости прижмется к наружному рельсу.

В этом случае полюс окажется точно посередине экипажа, а полюсное расстояние $x_c = 0$.

При промежуточной установке тележки ($0 < x_c < x_{сип}$) ее равновесие под действием рассмотренной системы сил в проекции на горизонтальную плоскость выражается двумя уравнениями, а именно: *уравнением суммы проекций всех сил на поперечную ось* $\sum Y = 0$ и *уравнением моментов относительно полюса* $\sum M \Omega = 0$:

$$\begin{aligned} Y_1 - C_p - 2f\Pi_{ст} \cos \alpha_1 + 2f\Pi_{ст} \cos \alpha_2 &= 0, \\ Y_1 X_1 - C_p X_c - 2f\Pi_{ст} \sqrt{x_1^2 + s^2} - 2f\Pi_{ст} \sqrt{x_2^2 + s^2} &= 0, \end{aligned} \quad (7.3)$$

где C_p – равнодействующая центробежной силы и горизонтальной составляющей от опорной реакции рельсов.

В кривой без возвышения наружного рельса ($h=0$) при массе экипажа m в расчете на одну тележку

$$C_p = C = \frac{m}{2} \cdot \frac{V^2}{\rho}; \quad (7.4)$$

в кривой с возвышением

$$C_p = C - \frac{m}{2} g \frac{h}{2s}, \quad (7.5)$$

где Y_1 – направляющее усилие первой по ходу колесной пары, кН;
 $f=0,25$ – коэффициент трения между колесом и рельсом;
 $f\Pi_{ст} \cos \alpha_1$ – проекция силы трения на ось y ;
 X_1 и x_2 – расстояния от полюса поворота до осей колесных пар, м;

$f\Pi_{\text{ст}}\sqrt{x_i^2 + S^2}$ – момент силы трения относительно полюса поворота, кНм, считают положительным при направлении по ходу часовой стрелки;
 $s=0,8$ м – половина расчетного расстояния между кругами катания колес.

В крайних положениях при упоре гребней колес задней колесной пары в наружный или внутренний рельсы система сил дополняется направляющей силой Y_2 . При *хордовой установке тележки* направление сил Y_1 и Y_2 одинаковое, при *положении наибольшего перекоса* сила Y_2 приложена к задней колесной паре со стороны внутреннего рельса и направлена от центра кривой.

Два уравнения ($\sum V=0$ и $\sum M=0$) содержат три неизвестных: направляющее усилие Y_1 , центробежную силу C и в неявном виде абсциссу полюса вращения x .

Для решения системы заранее задаются рядом значений одного из неизвестных, а значения двух других определяют из уравнений.

При заданном положении тележки (т.е. заданной величине полюсного расстояния x_0) система решается относительно неизвестных Y_1 и C .

По величине C легко найти значение скорости движения в кривой заданного радиуса из выражения

$$C_p = \frac{m_e}{2} \left(\frac{V^2}{3,6^2 \rho} - g \frac{h}{2S} \right). \quad (7.6)$$

В кривой с возвышением

$$V_s = 7,95 \sqrt{\rho \left(\frac{C}{2\Pi_{\text{ст}}} + \frac{h}{S} \right)}, \text{ км/ч}, \quad (7.7)$$

в кривой без возвышения, т.е. при $h=0$

$$V = 7,95 \sqrt{\rho \left(\frac{C}{2\Pi_{\text{ст}}} \right)}, \text{ км/ч}. \quad (7.8)$$

Благодаря *возвышению наружного рельса* подвижной состав в кривой может двигаться с большей скоростью при сохранении величин действующих сил. На рис.7.4 показан характер изме-

нения направляющих сил на передней и задней колесных парах при изменении скорости движения в кривых с возвышением наружного рельса и без возвышения.

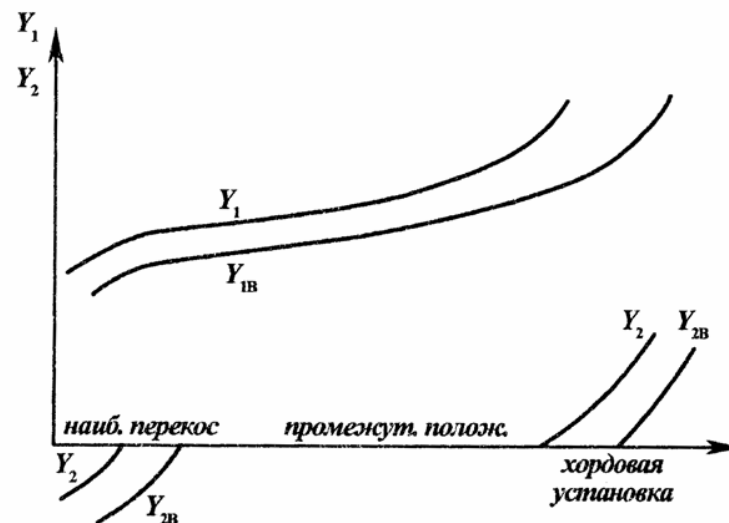


Рис.7.4

Сила Y_2 действует на заднее внутреннее колесо при установке наибольшего перекоса, при свободной установке она равно 0, при хордовой действует на наружное заднее колесо.

Для улучшения динамических условий входа локомотива в кривую и плавного изменения направляющей и центробежной сил прямые и круговые участки пути с радиусом ρ сопрягаются переходными кривыми, в которых радиус кривизны уменьшается от ∞ до ρ обратно пропорционально дуговой координате, а возвышение пропорционально этой координате увеличивается от 0 до h .

Глава 8

ПОНЯТИЕ О КАЧЕСТВЕ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ЛОКОМОТИВА

8.1. Общие понятия о качестве

Все локомотивы должны удовлетворять определенным требованиям эксплуатации. Эти требования формулируются в виде

совокупности показателей качеств. В философском понимании *качество* – это неотъемлемая от объекта совокупность признаков, выражающая его специфику и отличие от других объектов. В отличие от философского, технико-экономическое понятие качества охватывает только те свойства объекта, которые обуславливают их пригодность удовлетворять определенным потребностям. В соответствии с назначением количественная характеристика пригодности объектов удовлетворять определенным потребностям описывается с помощью *показателей качества*. Они подразделяются на 11 основных групп (табл. 8.1.).

Таблица 8.1.

Классификация показателей качества

1	Назначения	Квалификационные, функционирования, конструктивные, состава и структуры
2	Безопасности	
3	Экономического использования, сырья, материала	
4	Надежности	Безопасности, долговечности, ремонтпригодности
5	Эргономические	Гигиенические, физиологические, психологические
6	Эстетические	
7	Технологичности	
8	Транспортабельности	
9	Стандартизации и унификации	
10	Патентно-правовые	
11	Экологические	

Применительно к механической части показатели качества разделим на два класса.

- первый класс – показатели, общие для механической части и локомотива в целом как единого технического средства;

- второй класс – специфические показатели механической части, учитывающие ее основные особенности, которые выделяют механическую часть из других составных частей локомотива. К таким специфическим показателям отнесем показатели, с помощью которых обеспечиваются нормальные условия движения локомотивов по рельсовому пути. Такое движение вызывает динамические процессы в механической части и в пути, поэтому специфические показатели называют показателями динамических ка-

честв (ПДК). К ним относятся: показатели виброзащиты, определяющие степень защиты оборудования локомотива, а также пути от вибраций, возникающих при движении локомотива по рельсам.

Помимо этого, необходимо учитывать следующие показатели:

- назначения;
- показатели движения;
- плавности хода, относящиеся к группе гигиенических показателей, они регламентируют допустимую степень воздействия вибрации локомотива на организм человека.

Свойства любого изделия сохранять требуемые показатели качества в течение всего периода эксплуатации определяются его надежностью.

Надежность является единственным показателем качества, учитывающим изменчивость свойств изделия, связанных с разбросом характеристик исходных материалов, с отклонениями в технологии изготовления изделий, а также разброс характеристик внешних нагрузок, действующих на изделие. Поэтому надежность относится как к первому, так и ко второму классу показателей качества механической части.

8.2. Общие показатели качества механической части

Показатели назначения. К ним относятся:

- полная масса (масса брутто) – масса в груженом состоянии; для вагонов, электропоездов и поездов метрополитена, при этом учитывается полная загрузка кузова пассажирами;
- сцепной вес – вес, приходящийся на оси; его определяют по заданной массе поезда, расчетному подъему и т.п. на основе соотношений, рассматриваемых в курсе «Теория локомотивной тяги»;
- служебная масса – масса экипированного локомотива с 2/3 запаса песка и топлива; если служебная масса меньше сцепной, то в кузове размещают дополнительно балласт;
- собственная масса (масса нетто) – масса в порожнем состоянии, без пассажиров, топлива и песка;
- вместимость кузова (для электропоездов, вагонов и поездов метрополитена) – определяется количеством пассажиров из

расчета 7 человек на 1 м², среднюю массу пассажиров принимают равной 70 кг;

- планировка кузова – определяется его размерами, расположением служебных помещений, размещением оборудования;

- габаритные ограничения – определяются контурами локомотива в плане этот контур строят по одному из габаритов ПС путем уменьшения его размеров на величину максимальных смещений механической части, возникающих в результате его боковых перемещений, осадки рессор, прогиба рамы и износа ходовой части;

- статическая развеска выполняется из условия равномерного статического распределения сил от работы электрического, пневматического, тормозного оборудования и сил тяжести этого оборудования. При этом неравномерность распределения сил нажатия ведущих осей на рельсы не должна превышать 3 %;

- коэффициент использования сцепной массы.

Статическая сила 2Π , передаваемая от колесной пары на рельсы изменяется при развитии локомотивом силы тяги. Это изменение вызвано тем, что сила тяги электровоза $F_k = nF_{кп}$ ($F_{кп}$ – касательная сила тяги одной оси, n – число движущихся осей) приложена в зоне контакта колеса и рельса, а сила реакции поезда действует по оси автосцепки на высоте h_a от головки рельса. Вследствие этого образуется пара сил с моментом $M = nF_{кп} h_a$, который стремится повернуть кузов вокруг оси OU и вызывает изменение сил нажатия колесных пар на рельсы на величину $\Delta\Pi$. Из условия равновесия можно записать уравнение

$$nF_{кп} h_a = \Delta\Pi 2a_k,$$

отсюда

$$\Delta\Pi = \frac{nF_{кп} h_a}{2a_k}.$$

Следовательно, сила давления на путь передней по ходу движения колесной пары уменьшается на $\Delta\Pi$, а задней – возрастает на эту величину. Вследствие этого условия сцепления колесных пар с рельсами оказываются различными и реализованный коэф-

фициент сцепления локомотива будет меньше расчетного. Это означает, что сцепной вес недоиспользуется на величину $\Delta\Pi$.

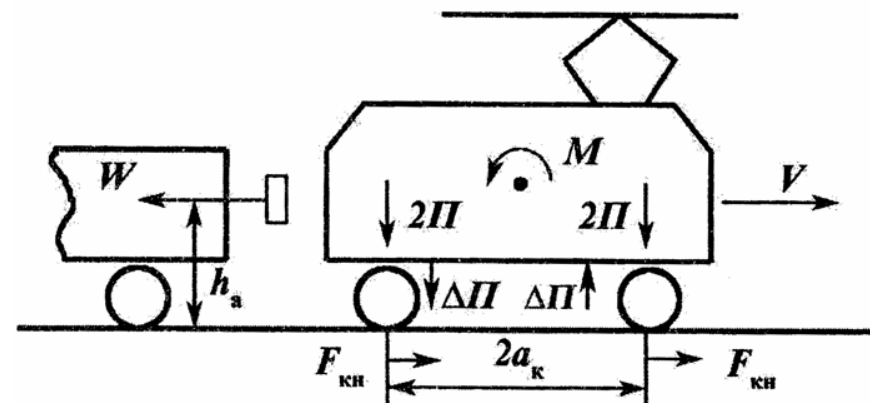


Рис. 8.1

Оценку этого факта выполняют с помощью коэффициента использования сцепного веса

$$\eta_u = \frac{2\Pi - \Delta\Pi}{2\Pi} = 1 - \frac{\Delta\Pi}{2\Pi}.$$

В режиме торможения наиболее нагруженной оказывается передняя колесная пара. У современных локомотивов среднее значение η достигает величины 0,86 – 0,94.

Показатели надежности.

Надежность – это свойство объекта выполнять заданные функции, сохраняя во времени значения установленных эксплуатационных показателей в заданных пределах, соответствующих заданным режимам и условиям использования.

Надежность рассматривается как комплексное свойство, включающее безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость в различных сочетаниях. Из всех свойств рассмотрим более подробно безотказность, остальные будут изучаться в курсе «Основы надежности».

Безотказность – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособность в течение наработки t – продолжительности во времени, или в км пробега, или в объеме работы.

Безотказность оценивается следующими показателями:

• вероятностью безотказной работы $P(t)$

$$P(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(\tau) d\tau = \int_t^{\infty} f(\tau) d\tau,$$

где $P(t)$ – убывающая функция $0 \leq P(t) \leq 1$ (рис.8.2,в);

$f(t)$ – плотность вероятности наработки до появления первого отказа (рис.8.2,а);

$F(t)$ – вероятность отказа (рис.8.2, б).

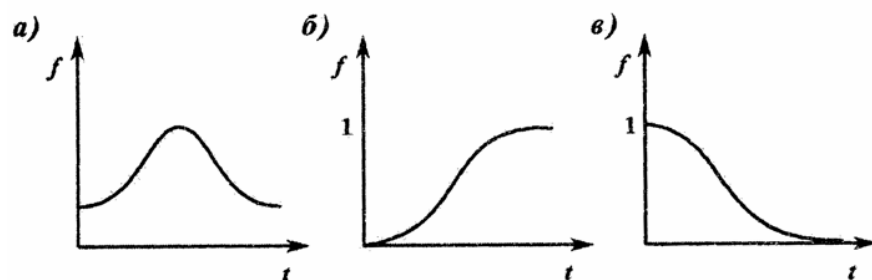


Рис.8.2

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ – условная плотность вероятности возникновения отказа невосстанавливаемого объекта. Типовой график $\lambda(t)$ имеет три участка (рис.8.3):

$0-t_1$ – период наработки;

t_1-t_2 – период нормального функционирования;

$t > t_2$ – период старения.

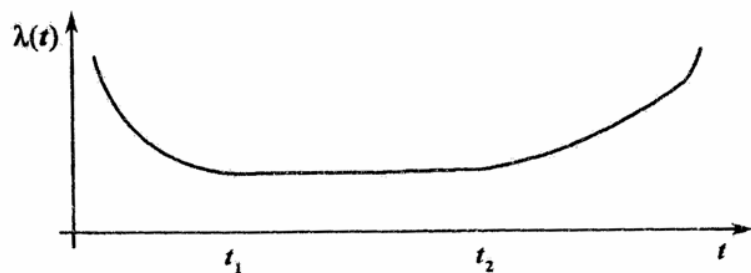


Рис. 8.3

На участке нормального функционирования

$$\lambda(t) = \lambda = \text{const},$$

$$P(t) = e^{-\lambda t}.$$

В зависимости от характера протекания физических процессов отказы подразделяются на постепенные и внезапные.

К *постепенным* относят износ, коррозию, накопление усталостных повреждений и остаточных деформаций, отказы связанные с превышением показателями динамических качеств своих допустимых значений из-за ухудшения способностей гасителей рассеивать энергию колебаний.

Внезапный отказ характеризуется скачкообразным изменением одного или нескольких заданных параметров изделия и возникает в результате сочетания неблагоприятных факторов и внешних воздействий, превышающих возможности изделий к их восприятию. Время возникновения внезапного отказа – случайная величина. Особенность внезапного отказа независимость вероятности его возникновения от длительности наработки изделия.

В зависимости от последствий отказов их разделяют на отказы функционирования и параметрические.

Отказ *функционирования* приводит к тому, что изделие не может выполнять своих функций. Например, тяговый двигатель не развивает вращающего момента; гаситель не рассеивает энергию колебаний.

Параметрический отказ приводит к выходу параметров, характеристик или показателей качества изделия за допустимые пределы. Такие отказы, как превышение показателями динамических качеств допустимых значений, снижение силы тяги или мощности, развиваемой локомотивом не ограничивают возможности дальнейшего функционирования локомотива, однако он становится неработоспособным с точки зрения требований, установленных нормативно-технической документацией.

8.3. Показатели динамических качеств (п.д.к)

механической части

Показатели виброзащиты. К ним относятся: максимальные величины ускорений, перемещений; коэффициенты динамики.

Все эти величины должны быть меньше или равны предельно допустимым значениям, соответственно для ускорения $0,7 \text{ м/с}^2$, для перемещения 50-110 мм – в зависимости от типа подвижного состава и габаритных ограничений. Коэффициент динамики должен быть менее 0,4.

Показатели безопасности движения. К ним относятся: коэффициент запаса устойчивости против схода колес с рельсов; устойчивость пути против сдвига в плане (поперечная устойчивость пути); устойчивость пути по ширине колеи; коэффициент запаса устойчивости от опрокидывания в кривой. Рассмотрим, как оцениваются соответствующие показатели.

Коэффициент запаса устойчивости против схода колес с рельсов (рис.8.4):

$$y_p = y' - H,$$

$$y' = y_N - H = y_p + H.$$

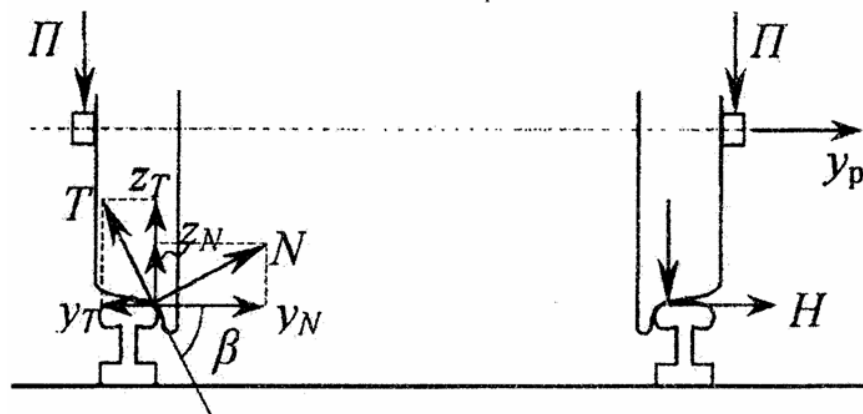


Рис. 8.4

Обозначим через β угол наклона прямолинейной части контура профиля гребня бандажа к плоскости рельсового пути, а y_p – рамную силу равную алгебраической сумме всех сил, передаваемых от колесной пары на раму тележки. Под действием рамной силы колесная пара прижимается гребнем бандажа к рельсу. В точке контакта возникает нормальная сила реакции N , приложенная от рельса к колесу. Она раскладывается на вертикальную со-

ставляющую Z_N , заставляющую колесо перемещаться вверх по рельсу, и горизонтальную составляющую y_N , называемую направляющей силой.

$$N = \frac{y_N}{\sin \beta}, z_N = y_N \operatorname{ctg} \beta. \quad (8.2)$$

Под действием нагрузки P колесо стремится соскользнуть вниз. Сила N вызывает силу трения $T = \mu N$, перпендикулярную N , препятствующую скольжению вниз (μ – коэффициент трения). Составляющие силы трения будут

$$z_T = T \sin \beta = \mu N \sin \beta = \mu y_N,$$

$$y_T = T \cos \beta = \mu N \cos \beta = \mu \operatorname{ctg} \beta y_N. \quad (8.3)$$

Алгебраическая сумма горизонтальных сил в точке контакта бандажа с рельсом называется боковой силой y' .

$$y' = y_N - y_T = y_N \frac{\operatorname{tg} \beta - \mu}{\operatorname{tg} \beta},$$

отсюда

$$y_N = y' \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \mu},$$

тогда

$$z_T = \frac{\mu \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \mu} \cdot y', z_N = \frac{y'}{\operatorname{tg} \beta - \mu}.$$

Суммарная сила, действующая на колесо вверх равна

$$z_T + z_N = \frac{\mu \operatorname{tg} \beta + 1}{\operatorname{tg} \beta - \mu} \cdot y'.$$

Для того, чтобы колесо не поднималось вверх по рельсу эта сумма должна быть меньше P . В связи с этим вводят коэффициент запаса устойчивости колеса против схода с рельсов

$$k_y = \frac{P}{z_N + z_T} = \frac{P}{y' \mu \operatorname{tg} \beta + 1} \cdot \quad (8.4)$$

Условие устойчивости записывают в виде

$$k_y \geq [k_y].$$

Допустимое значение $[k_y]=1,4-1,5$.

Пример: $\beta=70^\circ$ – для стандартного электровозного бандаж;

$\mu=0,2$ – сталь по стали, тогда

$$k_y = \frac{P}{y'} \frac{2,75 - 0,2}{0,2 \cdot 2,75 + 1} = 1,65 \frac{P}{y'}.$$

Если принять $k_y=1,45$, то $y'=1,44P$;

Если $P=\frac{230}{2}$ кН=115 кН, то $y'=130$ кН;

Если $P=\frac{250}{2}$ кН=125 кН, то $y'=142,5$ кН.

Таким образом, наибольшая допустимая боковая сила бандаж на рельсы, по условиям вкатывания бандаж на рельсы составляет 130-142 кН.

Поперечная устойчивость пути. Сопротивление пути сдвигу в плане определяется сопротивлением балласта на торец шпалы и трением подошвы шпалы о балласт равным $2\mu P$. Так как последняя сила зависит от нагрузки на ось, то и сопротивление также зависит от нее. Устойчивость пути против сдвига в плане обеспечивается при выполнении соотношения

$$y_c \leq (0,4-0,7)2P, \quad (8.5)$$

Если принять $2P=230$ кН, то $[y_c]=92-161$ кН.

Устойчивость пути по ширине колеи. Это условие характеризует надежность крепления рельса к шпале. Невыполнение его вызывает отрыв рельса от шпалы и, как следствие уширение колеи. Допустим боковое давление рельса на шпалы $[y_{ш}]=45-85$ кН.

Коэффициент запаса устойчивости от опрокидывания в кривой (рис.8.5). Путь в кривой устанавливают с возвышением

h так, чтобы горизонтальные проекции центробежной силы

$Q_u = \frac{mV^2}{R}$ и силы веса mg были равны

$$Q_u \cos \alpha = mg \sin \alpha,$$

$$Q_u = mgtg\alpha = mg \frac{h}{2S},$$

$$\frac{mV^2}{R} = mg \frac{h}{2S}$$

$$h = \frac{2SV^2}{gR}.$$

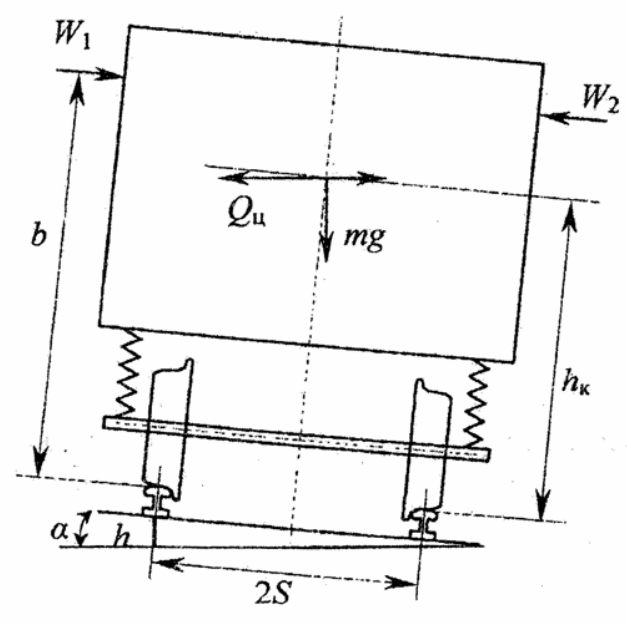


Рис. 8.5

Условия, способствующие опрокидыванию экипажа, могут возникнуть при наличии сильных ветров. При этом рассматривают два случая: экипаж стоит в кривой и экипаж движется.

Экипаж стоит в кривой. При этом

$$\frac{mg \cdot S}{W_1 \cdot b} \geq [k_{on}^a]$$

где $mg \cdot S$ – восстанавливающий момент;

$W_1 b$ – опрокидывающий момент;

b – расстояние от точки приложения ветровой нагрузки W_1 до плоскости головки рельсов.

Экипаж движется. При этом опрокидывание может произойти при действии ветровой нагрузки W_2 и центробежной силы $Q_{ц}$ наружу кривой.

Восстанавливающий момент

$$M_{восст} = mg \cdot S.$$

Опрокидывающий момент

$$- M_{опр} = W_2 b + Q_{ц} h_k.$$

Коэффициент запаса устойчивости

$$k_{on}^u = \frac{mgS}{W_2 b + Q_{ц} h_k} \geq [k_{on}^u],$$

где h_k – высота центра масс кузова над уровнем головок рельсов.

$$[k_{on}] = 2.$$

При отсутствии ветра условие безопасности движения запишется так:

$$\frac{M_{восст}}{M_{опр}} \geq [k_{онр}] = 2.$$

или:

$$\frac{PS}{Q_{ц} h_k} \geq 2,$$

$$\frac{P}{g} \left(\frac{V^2}{R} - \frac{hg}{2S} \right) h_k \leq \frac{1}{2} PS,$$

$$V \leq \sqrt{Rg \left(\frac{S}{2h_k} + \frac{h}{2S} \right)}.$$

Показатели плавности хода определяют степень виброзащиты пассажиров и локомотивной бригады. Плавность хода характеризует утомляемость людей от действия вибраций и оценивается по разному в переходных и установившихся режимах.

В переходных режимах неприятные ощущения возникают у человека при изменении силы во времени:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{d(ma)}{dt} = m \frac{da}{dt} = m \frac{d^3 x}{dt^3} \leq m \left[\frac{da}{dt} \right],$$

т.е. изменение ускорения во времени или третья производная от перемещения во времени характеризует утомляющее воздействие вибраций на человека. Этот показатель применяют при трогании, торможении, входе в кривую и выходе из кривой.

$$\left[\frac{da}{dt} \right] = 0,5 - 1 \text{ м/с}^3.$$

Непогашенное ускорение a_{ny} применяют при оценке качества хода в кривой. Обычно, возвышение наружного рельса может скомпенсировать действие центробежной силы только при определенном значении скорости. Поскольку скорости движения поездов различны, то при повышенной скорости часть центробежной силы оказывается не скомпенсированной возвышением наружного рельса:

$$\Delta Q_n = Q_{ц} \cos \alpha - mg \sin \alpha = Q_{ц} - mgtg \alpha = \frac{mV^2}{R} - mg \frac{h}{2S} = ma_{ny},$$

$$a_{ny} = \frac{\Delta Q_{ц}}{m} = \frac{V^2}{R} - g \frac{h}{2S},$$

$$[a_{ny}] = 0,7 \text{ м/с}^2,$$

отсюда

$$V \leq \sqrt{R \left([a_{ny}] + g \frac{h}{2S} \right)}.$$

При максимальном возвышении $h=150$ мм, $2S=1600$ мм, $V_{\max}=4,6\sqrt{R}$, $R=1000$ м, $V_{\max}=145$ км/ч.

Для скорости движения $V=200$ км/ч, $R>2000$ м. Поэтому при введении в эксплуатацию локомотива ЭР200 на перегоне С-Петербург – Москва пришлось перекладывать кривые участки пути.

Плавность хода в установившихся режимах. Шперлинг-гом был предложен коэффициент плавности хода на основании проведенных им опытов. В этих опытах была использована платформа, совершавшая синусоидальные колебания, на которой размещали испытуемых. После некоторого времени воздействия вибраций *опрашивались* субъективные ощущения испытуемых и результаты усреднялись. Эти опыты выявили неодинаковую чувствительность людей к различным частотам колебаний, которая характеризуется физиологическим коэффициентом $A_\phi(f)$ и является различной для боковых и вертикальных колебаний (рис.8.6).

Шперлингом было установлено, что меру раздражения организма человека колебаниями можно выразить формулой:

$$E = \frac{d^3 x}{dt^3} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} x.$$

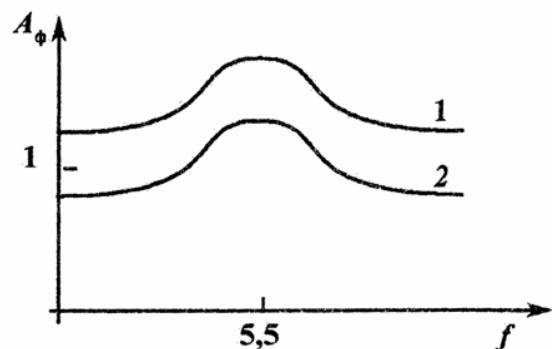


Рис. 8.6: 1 – боковые колебания; 2 – вертикальные колебания

Если колебания синусоидальные

$$X=q_0 \sin \omega t,$$

то

$$E_{\max}=q_0^3 \omega^5.$$

Если ускорение

$$a_0=q_0 \omega^2,$$

то

$$E = \frac{a_0^3}{\omega}.$$

На основе этого выражения коэффициент плавности хода был получен Шперлингом в виде

$$C = K A_\phi(f)^{10} \sqrt{E}$$

$$\text{где } f = \frac{\omega}{2\pi}, \text{ Гц.}$$

Допустимые величины коэффициента находятся в пределах:

$[C]=3,75$ – для локомотивов;

$[C]=3,15$ – для электропоездов, вагонов метро.

Время утомляемости. В западноевропейских странах принято выполнять оценку плавности хода по времени утомляемости T_y , измеренной в часах, в течение которого человек, находясь в железнодорожном экипаже будет ощущать утомление. Этот метод был разработан в бюро испытаний при международном союзе железных дорог. Величина T_y и C связаны друг с другом функционально и возможен пересчет величин коэффициентов из одной системы в другую. В условиях Российских железных дорог оценки по T_y не применяются.

Глава 9

ОСНОВЫ ДЕМПФИРОВАНИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕЛЕЖЕЧНОГО ЭКИПАЖА ЛОКОМОТИВА

9.1. Особенности вертикальных колебаний локомотива

Конструкция тележечного экипажа локомотивов обеспечивает, как известно, два вида связей, позволяющих кузову на тележках совершать вертикальные, горизонтальные, линейные и угловые перемещения относительно колесных пар. Соответственно,

локомотив представляет собой единую механическую систему со многими степенями свободы.

Для пространственной системы координат, начало которой совмещено с центром симметрии, можно представить три вида линейных колебаний центра тяжести подвешенной части локомотива вдоль осей OX , OY , OZ и три вида угловых колебаний относительно тех же осей. При проектировании рессорного подвешивания обычно ограничиваются рассмотрением вертикальных колебаний по оси OZ (подпрыгивание) и угловых колебаний относительно осей OY (продольная качка) и OX (поперечная качка).

Процесс возникновения вертикальных колебаний подрессоренных частей локомотива при его движении по рельсовому пути может быть рассмотрен на простейшей системе «условный одноосный экипаж», которая обладает основными динамическими свойствами реального локомотива. В связи с этим многоосный экипаж локомотива с известным приближением можно заменить моделью системы с одной степенью свободы (рис. 9.1).

Вместе с тем упрощенная модель системы должна рассматриваться применительно к реальным условиям работы экипажной части локомотива. Прежде всего, следует учитывать разнообразный характер возмущения. Характерны два случая движения системы: система движется по рельсовому пути после прохода ее через единичную изолированную неровность; система движется по рельсовому пути, имеющему периодические неровности.

Первый случай движения характеризуется случайными возмущениями, которые возникают при движении колесных пар локомотива по рельсам с волнообразным износом, по крестовинам

стрелочных переводов или вызванными различными непериодическими остаточными деформациями и единичными неровностями пути. Колебания системы от действия перечисленных факторов принято называть *собственными колебаниями*.

Собственные колебания системы протекают с постоянной частотой, которая определяется жесткостью упругих элементов и величиной подрессоренной массы. Частота собственных колебаний подрессоренных частей современных локомотивов колеблется в пределах 1,2-1,3 Гц. При отсутствии в системе трения свободные колебания совершаются с постоянной амплитудой независимо от времени. Такие колебания называются *незатухающими*. В действительности рессорное подвешивание любого локомотива обладает так называемым *встроенным трением* (трение в шарнирных соединениях, в листовых рессорах, буксовых направляющих, в резино-металлических шарнирах буксовых поводков и т.д.), которое является причиной затухания собственных колебаний.

Естественно, что динамическое усилие от сил инерции колеблющегося груза, равное произведению массы груза на ускорение, добавляется к суммарной нагрузке от колесной пары локомотива на рельсы. Так, например, при амплитуде собственных колебаний $Z_2 = \pm 20$ мм, круговой частоте $\omega_c = 10$ с⁻¹ и подрессоренной мас-

се груза $m = 8 \frac{\text{кН} \cdot \text{с}^2}{\text{мм}}$ дополнительное динамическое усилие от сил инерции подрессоренных частей буксового узла составит:

$$Q_g^n = m \frac{dz}{dt} = m z_2 \omega^2 = 8 \cdot 20 \cdot 10^2 = 17000 \text{ Н} = 17 \text{ кН}.$$

В действительности это усилие будет значительно ниже, так как амплитуда собственных колебаний уменьшается с течением времени.

Если говорить о динамической нагрузке, то наибольшее влияние на нее оказывает колеблющаяся масса непрорессоренных частей. Оценим для сравнения величину этого усилия на примере

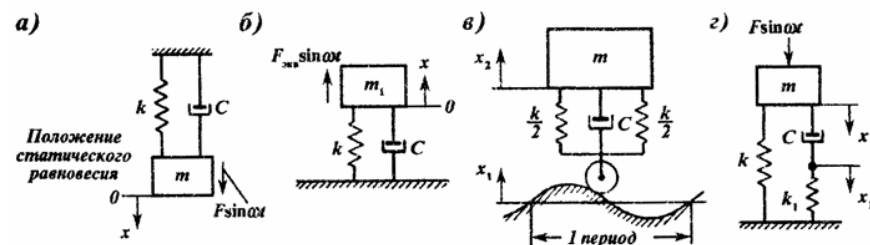


Рис. 9.1

тепловоза 2ТЭ10. Ускорение колесной пары при прохождении стыка со скоростью $V=100$ км/час, определим по формуле

$$\frac{dv}{dt} = \left(2 + 13 \cdot \frac{100}{\sqrt[3]{2q}} \right) \cdot g = 6,9g = 67,7 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

где $2q=4,32$ – масса неподрессоренных частей, m .

тогда $Q_g^n = m \frac{dv}{dt} = 4,32 \cdot 67,7 = 292$ кН.

Даже такой приближенный расчет показывает, что динамическая нагрузка от подрессоренных частей локомотива составляет 10-15 % от динамического усилия неподрессоренного груза. Следовательно, собственные колебания не могут являться основополагающими при выборе типа демпфирующего устройства и степени демпфирования системы. Но в отдельных случаях, например, при применении в системе гасителя сухого трения с постоянной по модулю силой трения, целесообразно рассмотреть процесс затухания собственных колебаний и определить амплитуду, при которой упругие элементы системы блокируются силой сухого трения.

При $F_{\text{тр}} = \text{const}$ уравнение движения системы при собственных колебаниях с затуханием имеет вид

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + F_{\text{мп}} \cdot \text{sign} \frac{dz}{dt} + \kappa z_2 = 0, \quad (9.1)$$

где m – подрессоренная масса;

$$\frac{d^2 z}{dt^2} \quad \text{– ускорение подрессоренного груза;}$$

$F_{\text{тр}}$ – сила сухого трения;

$$\frac{dz}{dt} \quad \text{– скорость движения системы;}$$

κ – жесткость упругих элементов;

Z_2 – амплитуда колебания груза;

sign – обозначение знака.

Перепишем уравнение (9.1) в виде

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + a \cdot \text{sign} \frac{dz}{dt} + \omega^2 z_2 = 0; \quad a = \frac{F_{\text{мп}}}{m}. \quad (9.2)$$

Решение:

$$Z = \left(Z_0 - \frac{3a}{\omega^2} \right) \cos \omega t - \frac{a}{\omega^2}.$$

Если принять $t = \frac{2\pi}{\omega}$, то получим

$$Z\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) = Z_0 - \frac{4a}{\omega^2}. \quad (9.3)$$

Из формулы (9.3) видно, что за один период амплитуда ко-

лебания системы с гасителем сухого трения уменьшается на $\frac{4a}{\omega^2}$.

Огибающая кривой затухания, построенная по максимальным значениям амплитуд колебаний имеет вид прямой линии. Движение системы полностью прекращается, как только амплитудное зна-

чение станет по модулю меньше, чем $\frac{a}{\omega^2}$. Для каждого значе-

ния силы трения можно определить амплитуду возмущения, ниже которой рессорное подвешивание теряет чувствительность к возмущениям со стороны пути.

Рассмотрим движение локомотива по рельсовому пути, имеющему периодические неровности, обусловленные конструкциями и состоянием колесной пары и железнодорожного пути. Колебания системы, вызванные периодическими неровностями, носят название *вынужденных колебаний*. Частота возмущений зависит от скорости движения локомотива и длины рельсов. Периодические возмущения со стороны пути передаются через рессорное подвешивание, причем амплитуда колебаний наддрессорного строения окажется тем большей, чем ближе подходят друг к другу значения частот возмущения и собственных колеба-

ний надрессорного строения. При равенстве частот возникает явление резонанса, и амплитуды получают наибольшие значения. При отсутствии демпфирующих устройств, способных ограничить амплитуду колебаний на резонансе, могут возникнуть недопустимые отклонения, приводящие к разгрузке колесной пары, что, в свою очередь, может привести к сходу колесной пары с рельсов. Из этого следует, что демпфирующие устройства в рессорном подвешивании локомотивов призваны устойчиво ограничивать амплитуду вынужденных колебаний на резонансе, повышая безопасность движения и плавность хода локомотива.

Подтверждение сказанному можно найти в рассмотрении сил, действующих на систему без учета демпфирования при движении ее по рельсовому пути, имеющему периодические неровности. Если предположить, что в любой момент времени имеется равенство между силами инерции груза и упругими силами пружин, то можно записать

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = \mathcal{K}(hz - z_2), \quad (9.4)$$

где h_2 – высота неровности пути.

Введем замену $\omega_c^2 = \frac{\mathcal{K}}{m}$.

Тогда получим:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_c^2 z_2 = \omega_c^2 h_z. \quad (9.5)$$

Профиль периодических неровностей приближенно описывается уравнением

$$h_z = \eta_z \cos \omega_b t, \quad (9.6)$$

где: ω_b – круговая частота возмущения;

η_z – амплитудное значение неровности пути.

Подставив выражение (9.6) в уравнение (9.5), получим

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_c^2 z_2 = \omega_c^2 \eta_z \cos \omega_b t. \quad (9.7)$$

Определить вынужденные колебания груза можно путем частного решения уравнения (9.5):

$$Z_2 = B \cos \omega_b t. \quad (9.8)$$

Подставив выражение (9.8) в уравнение (9.7), определим значение B , после чего выражение (9.8) для определения амплитуды вынужденных колебаний примет вид

$$Z_2 = \frac{\eta_z}{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega_b}\right)^2} \cdot \cos \omega_b t. \quad (9.9)$$

Из уравнения (9.9) следует, что амплитуда вынужденных колебаний зависит от амплитудного значения неровности пути η_z и соотношения круговых частот вынужденных ω_b и собственных ω_c колебаний. При равенстве частот $\omega_b = \omega_c$ амплитуда вынужденных колебаний беспрерывно возрастает. Скорость движения локомотива, при которой наступает резонанс, называется *критической*. Критическая скорость находится из равенства частот $\omega_b = \omega_c$:

$$\omega_b = \frac{2\pi V_k}{L_p}; \quad \omega_c = \sqrt{\frac{\mathcal{K}}{m}}; \quad V_k = \frac{1}{2\pi} \cdot L_p \cdot \sqrt{\frac{\mathcal{K}}{m}},$$

где V_k – скорость движения локомотива, м/с;

L_p – длина рельсов, м.

Локомотив, как сложная механическая колебательная система, имеет несколько основных частот собственных колебаний. Следовательно, каждому виду колебаний соответствует и своя критическая скорость движения. При критической скорости наступает такой режим колебаний, при котором не обеспечивается безопасность движения. При этом наблюдаются удары рамы тележки о буксы, происходит разгрузка колесных пар, резко снижается плавность хода, быстро изнашиваются отдельные части и узлы локомотива.

9.2. Влияние демпфирования на вертикальные колебания наддрессорного строения локомотива

Частота собственных колебаний наддрессорного строения современного локомотива при подпрыгивании обычно составляет 1,5-2,5 Гц. При галопировании, благодаря равномерному распределению массы локомотива, частота собственных колебаний возрастает незначительно (примерно до 3,0 Гц).

Частота возмущающей силы, как известно, зависит от скорости движения локомотива V_k и длины рельсов L_p . Так, например, при скорости движения локомотива $V_k = 100$ км/ч и при длине рельсов $L_p = 12,5$ м частота периодических возмущений составит:

$$\omega_b = \frac{2\pi V_k}{L_p} = \frac{2\pi \cdot 28}{12,5} = 14,7 \text{ с}^{-1} = 2,2 \text{ Гц}.$$

На первый взгляд кажется, что частота периодических возмущений всегда меньше или, в крайнем случае, равна частоте собственных колебаний и колебательная система локомотива работает в основном в дорезонансной или резонансной зонах. Однако в действительности частота периодических возмущений может быть выше частоты собственных колебаний, если возмущение обусловлено дефектом колеса. Помимо этого, при ударных периодических нагрузках резко возрастает скорость вертикального перемещения колеса, что может соответствовать высокой (до 10 Гц) частоте возмущений. Это означает, что как упругим, так и демпфирующим устройствам рессорного подвешивания локомотива приходится работать во всех трех зонах соотношения частот: дорезонансной, резонансной и зарезонансной.

Роль демпфирования во всех перечисленных зонах можно установить из рассмотрения вынужденных колебаний системы при различном соотношении частот.

Как известно, между возмущающей силой и вынужденными колебаниями существует *фазовое смещение*, которое определяется из выражения

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2n\omega_b}{\omega_c^2 - \omega_b^2}, \quad n = \frac{C}{2m}. \quad (9.10)$$

где n – коэффициент, характеризующий отношение коэффициента сопротивления к подрессорной массе.

C – коэффициент сопротивления гасителя.

Из выражения (9.10) следует, что когда $\omega_b < \omega_c$, т.е. частота возмущающей силы меньше частоты собственных колебаний, $\operatorname{tg} \alpha$ положителен и угол α меньше $\pi/2$. Колеблющийся груз системы проходит среднее положение в момент, когда возмущающая сила не достигает своего максимального значения (рис.9.2, а). При минимальном демпфировании системы (коэффициент сопротивления C близок к нулю) угол α значительно меньше $\pi/2$, следовательно, возмущающая сила при проходе системой среднего положения минимальна. Наименьшего значения эта сила достигает при полном отсутствии демпфирования системы. ($C=0$).

Когда $\omega_b = \omega_c$, $\operatorname{tg} \alpha$ обращается в бесконечность и угол сдвига фаз α становится равным $\pi/2$. Это означает, что при таком движении колеблющееся тело проходит среднее положение в момент, когда возмущающая сила максимальна (рис. 9.2 б). При этом наблюдается интенсивный приток энергии в систему. В целях устойчивого ограничения амплитуды колебания требуется интенсивное рассеивание энергии демпфирующими устройствами.

Если $\omega_b > \omega_c$ то $\operatorname{tg} \alpha$ отрицателен и угол сдвига фаз $\alpha > \pi/2$. При отсутствии демпфирования ($C=0$) фазовое смещение $\alpha = \pi$. В момент прохождения грузом среднего положения возмущающая сила полностью уравновешивается силой инерции (рис.9.2 в). Наличие даже незначительного демпфирования ($C \neq 0$) оказывает вредное действие. Появляется разность между возмущающей силой и силой инерции, вызывая дополнительные отклонения системы.

Из рассмотрения роли демпфирования при различном соотношении частот колебаний можно сформулировать приближенные требования к характеристике демпфирующего устройства: оптимальная характеристика демпфирующего устройства должна обеспечивать интенсивное рассеивание энергии только в зоне резонанса, снижая свою демпфирующую способность при изменении резонансного соотношения частот колебания.

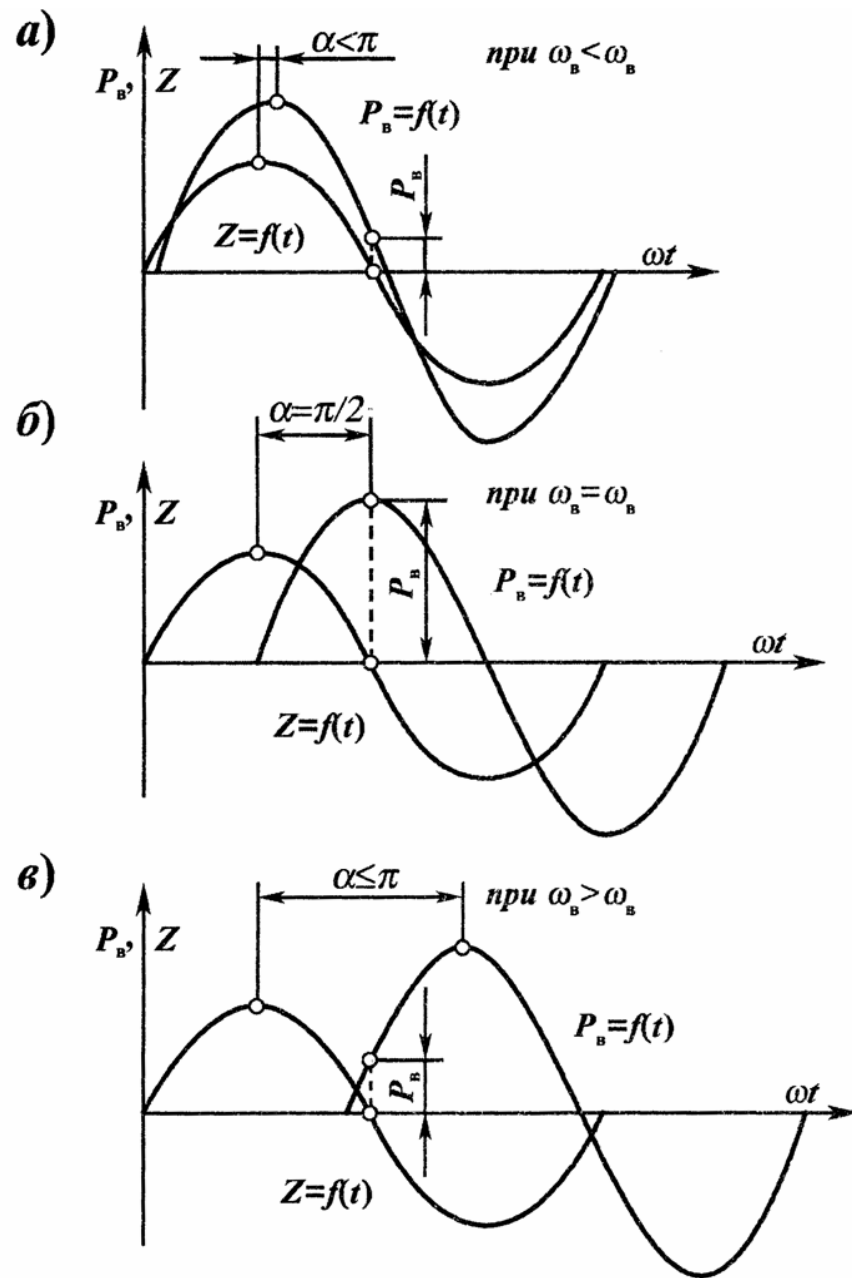


Рис.9.2. Взаимодействие возмущающей силы и вынужденных колебаний при различном соотношении частот

Степень демпфирования системы оценивается коэффициентом относительного демпфирования λ , который показывает отношение действительного коэффициента сопротивления гасителей колебаний к критическому коэффициенту сопротивления, т.е.

$$\lambda = \frac{C}{C_{кр}} = \frac{C}{2\sqrt{жст}} = \frac{C}{2m\omega_c}, \quad (9.11)$$

где C – коэффициент сопротивления гасителей, характеризующий величину демпфирующего усилия, приходящегося на единицу скорости движения системы;

$C_{кр}$ – критический коэффициент сопротивления, при котором практически колебательное движение системы полностью прекращается.

ВНИИЖТ рекомендует для удовлетворительного гашения колебаний подпрыгивания иметь $\lambda = 0,20 + 0,25$.

Указанная величина критического коэффициента сопротивления достигается в системах с вязким трением, создаваемым телескопическими гидравлическими гасителями с линейной силовой характеристикой типа

$$F = C \frac{dz}{dt}. \text{ Гасители такого типа имеют постоянный коэффициент}$$

сопротивления, который не зависит от соотношения частот колебаний. Повышение коэффициента относительного демпфирования за счет увеличения коэффициента сопротивления даст уменьшение амплитуды колебаний системы на резонансе. Однако в зарезонансной зоне система оказывается передемпфированной, что сопровождается ростом ускорений и динамических сил.

Целесообразно оптимальное значение коэффициента относительного демпфирования определить из условия плавности хода локомотива.

Амплитуду колебаний системы на резонансе можно определить из решения дифференциального уравнения движения системы. При $\omega_b = \omega_c$ имеем:

$$Z_2 = Z_1 \sqrt{\frac{1 + 4\lambda^2}{4\lambda^2}}. \quad (9.12)$$

Одновременно амплитуду колебаний системы можно определить через показатель плавности хода N

$$Z_2 = \sqrt[3]{\frac{N^{10}}{2,7^{10} \cdot \Re^{10} H^5}} \quad (9.13)$$

Из равенства выражений (9.12) и (9.13) следует

$$\lambda_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{7 \cdot 10^2 \cdot Z_1^2 \cdot H^{3,3} \cdot \Re^{6,6}}{4(N^{6,6} - 7 \cdot 10^2 \cdot Z_1^2 \cdot H^{3,3} \cdot \Re^{6,6})}}, \quad (9.14)$$

где N – показатель плавности хода;

Z_1 – амплитуда неровности пути, см;

$\Re$ – корректирующий множитель, учитывающий особо неблагоприятное воздействие на человеческий организм частот, лежащих в интервале 4–8 Гц (для частоты колебаний $H=2$ гц, $\Re=1$);

H – частота колебаний, Гц.

Если принять удовлетворительное качество хода ($N=3,5$), амплитуду неровности $Z_1=0,5$ см, частоту колебаний $H=1,5$ Гц, то потребный коэффициент относительного демпфирования, определенный из выражения (9.14), $\lambda=0,35 \pm 0,4$. Столь высокий коэффициент относительного демпфирования системы практически нельзя реализовывать при вязком трении. Соответственно необходим качественно новый гаситель колебаний с нелинейной силовой характеристикой, которая должна отвечать следующим требованиям:

$$\begin{aligned} C_{\text{экв}} &= 0, \text{ при } \omega < \omega_c \\ C_{\text{экв}} &= \lambda_{\text{опт}} \cdot C_{\text{кр}}, \text{ при } \omega = \omega_c \\ C_{\text{экв}} &= 0, \text{ при } \omega > \omega_c \sqrt{2}. \end{aligned} \quad (9.15)$$

За критерий оптимальности реального гасителя в дальнейшем будем считать *степень наименьшего расхождения его характеристики с требованиями* (9.15).

9.3. Рассеивание энергии колебаний гасителями различных типов

Демпфирование механических колебаний, возникающих в рессорном подвешивании локомотивов, осуществляется за счет превращения механической энергии колебательного движения системы в тепловую с последующим рассеиванием ее в окружающую среду.

Рессорное подвешивание локомотива, представляющее собой сочетание упругих и демпфирующих устройств, служит для увеличения времени действия импульсов сил, передающихся от неподдрессоренных к поддрессоренным массам. Наиболее распространенными упругими элементами, широко применяющимися в настоящее время в рессорном подвешивании локомотивов, являются *винтовые пружины*, которые, как известно, не обладают значительным внутренним трением и сами не в состоянии рассеивать энергию колебаний. Эти пружины, наоборот, аккумулируют ее, особенно при колебаниях в резонансном режиме. Полная энергия колеблющейся системы, подлежащая рассеиванию, суммируется из кинетической энергии системы и потенциальной энергии деформации упругой связи. Принимая перемещение груза массы m на пружине $Z(t)=Z_2 \sin(\omega t + \alpha)$, а скорость перемещения это-

го груза $\frac{dz}{dt} = Z_2 \omega \cos(\omega t + \alpha)$, получим выражение для определения кинетической энергии системы:

$$T = \frac{1}{2} m \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} m z_2^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \alpha).$$

Заменив $m = \frac{\mathcal{K}}{\omega^2}$, получим

$$T = \frac{1}{2} z_2^2 \mathcal{K} \cos^2(\omega t + \alpha).$$

Потенциальная энергия деформации упругой связи

$$E = \frac{1}{2} Z_2^2 \mathcal{K} \sin^2(\omega t + \alpha),$$

В развернутом виде полная энергия колеблющей системы

$$A = \frac{1}{2} Z_2^2 \omega^2 [\cos^2(\omega t + \alpha) + \sin^2(\omega t + \alpha)] = \frac{1}{2} Z_2^2 \cdot \omega^2.$$

За полный цикл колебаний механическая энергия, подлежащая рассеиванию демпфирующим устройством, составит

$$A = 2 Z_2^2 \omega^2 \quad (9.16)$$

Выражение (9.16) справедливо только для *линейных упругих элементов*, какими являются винтовые пружины рессорного подвешивания локомотивов.

Для *нелинейного упругого элемента*, например, резинового амортизатора, энергия упругой деформации может быть определена по формуле

$$A = \beta E_{\text{ст}} \cdot S \cdot h \cdot \ln \frac{h}{h - x_{\text{max}}}, \quad (9.17)$$

где β – коэффициент ужесточения, учитывающий влияние закрепленных торцов и зависящий от формы поперечного сечения амортизатора;

$E_{\text{ст}}$ – статический модуль упругости материала амортизатора;

S – площадь поперечного сечения амортизатора;

h – высота недеформированного амортизатора;

x_{max} – максимальная осадка амортизатора;

Коэффициент β может быть определен из выражения

$$\beta = 1 + \alpha \Phi, \quad (9.18)$$

где α – коэффициент, зависящий от трения резины о металлические опорные поверхности;

Φ – коэффициент формы.

Для несмазанных поверхностей при трении резины о сталь коэффициент α при комнатной температуре может быть приближенно принят равным 0,12–0,15.

Коэффициент формы Φ для цилиндрических деталей с диаметром D и высотой h определяется по формуле:

$$\Phi = \frac{D}{4h}. \quad (9.19)$$

Для деталей прямоугольной формы со сторонами a и b при высоте h .

$$\Phi = \frac{ab}{2(a+b)h}. \quad (9.20)$$

Статический модуль упругости $E_{\text{ст}}$ связан с модулем сдвига резины G соотношением $E = 3G$.

Основным показателем, оценивающим свойства резины, является ее *твердость*. Переход от чисел твердости по Шору H к модулю сдвига резины осуществляется по эмпирической формуле

$$G = \left(\frac{H}{19,5} \right)^2. \quad (9.21)$$

Для пневмопоршневого упругого элемента, применяющегося в пневморессорном подвешивании, работа деформации определяется по формуле:

$$A = \frac{P_0 h^n S}{n-1} \left[\frac{1}{(h - x_{\text{max}})^{n-1}} - \frac{1}{h^{n-1}} \right], \quad (9.22)$$

где P_0 – зарядное давление воздуха;

h – расстояние от днища цилиндра до торца поршня в его начальном положении;

n – показатель политропы ($n = 1, 1,5 + 1,35$);

S – площадь поршня;

x_{max} – деформация пневмоэлемента.

Рассеивание энергии осуществляется, как известно, *диссипативными силами*. Зависимости этих сил от кинематических параметров колебания очень различны. При вязком трении, когда диссипативная сила создается линейным гидравлическим гасителем, работа сил сопротивления определяется следующим образом.

Величина этой силы составляет $C \frac{dz}{dt} = -C Z_2 \omega \cos(\omega t - \alpha)$.

Умножая на $\frac{dz}{dt} \cdot dt$ и интегрируя в интервалс от 0 до τ , получаем формулу для определения рассеиваемой за цикл энергии

$$A = \int_0^{\tau} CZ_2^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - \alpha) dt = \frac{CZ_2^2 \omega^2 \tau}{2} = \pi c \omega Z_2^2, \quad (9.23)$$

где $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ – период колебания;

C – коэффициент сопротивления гасителя;

ω – круговая частота колебаний системы;

Z_2 – амплитуда колебания.

Для гидравлических и фрикционных гасителей колебаний основные зависимости сил сопротивления от параметров колебаний и выражения для определения энергии, рассеиваемой ими за цикл, приведены в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Тип гасителя	характеристика	параметр	Энергия, рассеиваемая за цикл колебаний	
			обозначение	значение
Гидравлический	$F=C \frac{dz}{dt}$	C	W_c	$\pi c \omega Z_2^2$
	$F=8\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 \text{sign} \frac{dz}{dt}$	γ	W_γ	$\frac{8}{3} \gamma \omega^2 Z_2^2$
Фрикционный	$F=\Psi Z \text{sign} \frac{dz}{dt}$	Ψ	W_Ψ	$2\Psi Z_2^2$
	$F_{\text{тр}} = \text{sign} \frac{dz}{dt}$	$F_{\text{тр}}$	$W_{\text{тр}}$	$4F_{\text{тр}} Z_2$

В действительности зависимости диссипативных сил от параметров колебаний могут быть такими, когда затруднительно определить аналитически значение энергии, рассеиваемой за цикл колебаний. В этом случае целесообразнее применять *метод эквивалентной линеаризации*. Сущность этого метода заключается в том, что диссипативная функция заменяется эквивалентной ей по потерям энергии за цикл колебаний линейной диссипативной

функцией. С расчетной точки зрения метод эквивалентной линеаризации сводится к определению условного коэффициента $C_{\text{экв}}$ при скорости колебаний в уравнении движения.

Если изобразить график суммарной реакции упругой подвески от перемещения при наличии внутреннего трения, то, как показано на рис.9.3, линии этого графика образуют петлю, площадь которой определяет энергию, рассеиваемую вследствие действия диссипативной силы за цикл колебаний.

Такие петли называются *гистерезисными*. Они характеризуют потери энергии не только при колебаниях, но и при любом циклическом нагружении.

При соблюдении условия монохроматичности колебаний эквивалентный коэффициент сопротивления $C_{\text{экв}}$ может быть выражен через площадь гистерезисной петли W , круговую частоту колебаний ω и амплитуду Z_2 , следующим образом:

$$C_{\text{экв}} = \frac{W}{\pi \omega Z_2^2}, \quad (9.24)$$

где W – площадь петли гистерезиса, которая может быть получена опытным путем.

Существуют и другие характеристики интенсивности диссипации энергии при колебаниях. Одних из наиболее известных является логарифмический декремент затухания δ . При собственных колебаниях он характеризует быстроту уменьшения амплитуд колебаний вследствие рассеивания энергии в системе, т.е.:

$$\delta = \ln \frac{X_n}{X_{n+1}}, \quad (9.25)$$

где X_n – амплитуда n -го колебания;

X_{n+1} – амплитуда $n+1$ колебания.

Логарифмический декремент затухания связан с площадью петли гистерезиса W соотношением

$$\delta = \frac{W}{2A}, \quad (9.26)$$

где A – амплитудное значение упругой энергии при колебаниях.

$$\rho_{\text{воздуха}} = 8 \text{ кг/см}^3; d_{\text{просека}} = 4 \text{ мм}$$

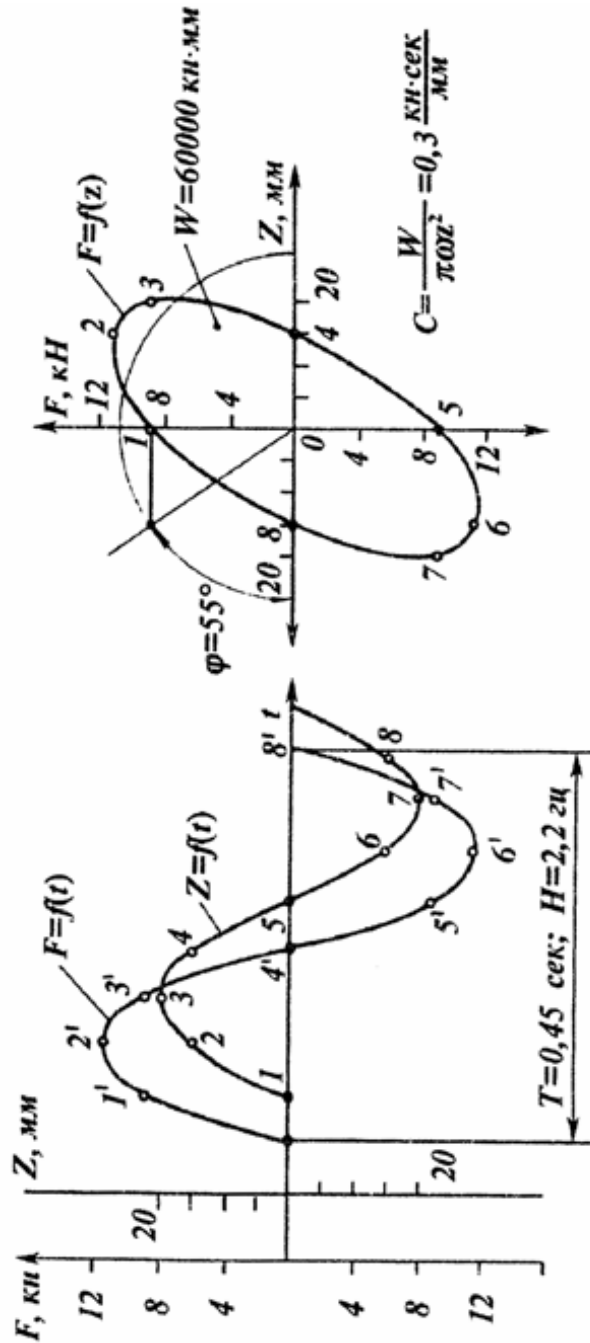


Рис. 9.3

Существует ряд показателей, которые также используются для оценки интенсивности рассеивания энергии при колебаниях. Все они могут быть выражены через площадь петли гистерезиса или через логарифмический декремент затухания и, следовательно, могут быть использованы для определения эквивалентного коэффициента сопротивления $C_{\text{экв}}$. Взаимосвязи между наиболее употребительными характеристиками демпфирования сведены в табл. 9.2.

Таблица 9.2

Показатель	Связь с основными показателями	$C_{\text{экв}}$
Логарифмический декремент затухания	$\delta = \frac{W}{2A}$	$\frac{2A\delta}{\pi\omega Z_2^2}$
Площадь петли гистерезиса	$W = 2A\delta$	$\frac{W}{\pi\omega Z_2^2}$
Коэффициент поглощения	$\Psi = 2\delta \approx \frac{W}{A}$	$\frac{A\Psi}{\pi\omega Z_2^2}$
Коэффициент внутреннего трения	$f = \frac{\delta}{\pi} = \frac{W}{2\pi A}$	$\frac{2Af}{\omega Z_2^2}$
Безразмерный коэффициент демпфирования	$\Psi = \frac{\delta}{2\pi}$	$\frac{4A\lambda}{\omega Z_2^2}$
Коэффициент усиления в резонансе	$K = \frac{\pi}{\delta} = \frac{2A}{W}$	$\frac{2A}{K\omega Z_2^2}$

Для того, чтобы определить амплитуду вынужденных колебаний необходимо составить дифференциальное уравнение движения. При использовании второго закона Ньютона в левой части уравнения первоначально должно находиться только произведение массы на ускорение, а в правой – все действующие силы. Особое внимание следует обращать на знаки входящих в уравнение сил. Упругая сила при положительном значении координаты отрицательна. В правой части она стоит со знаком минус. Сила сопротивления также отрицательна, поскольку ее знак не совпадает со знаком скорости. Возмущающая сила является функцией времени и потому имеет положительное значение. Соответственно, дифференциальное уравнение движения запишется так:

$$m \frac{d^2 Z}{dt^2} = -f(Z) - \phi \left(Z, \frac{dz}{dt} \right) + P(t), \quad (9.27)$$

где $m \frac{d^2 Z}{dt^2}$ – сила инерции;

$f(Z)$ – упругая сила;

$\varphi\left(Z, \frac{dz}{dt}\right)$ – диссипативная сила;

$P(t)$ – возмущающая сила.

Применив изложенный выше метод эквивалентной линеаризации и определив любым способом эквивалентный коэффициент сопротивления $C_{\text{экв}}$, нелинейное дифференциальное уравнение (9.27) легко свести к линейному уравнению вида

$$m \frac{d^2 Z}{dt^2} + C_{\text{экв}} \frac{dz}{dt} + \kappa z_2 = P(t). \quad (9.28)$$

Уравнения такого вида достаточно хорошо изучены.

Решение линейного дифференциального уравнения имеет следующий вид:

$$Z_2 = Z_1 \sqrt{\frac{1 + (2\lambda_{\text{экв}} r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\lambda_{\text{экв}} r)^2}}, \quad (9.29)$$

где $\lambda_{\text{экв}}$ – эквивалентный коэффициент относительного демпфирования;

$r = \frac{\omega_B}{\omega_c}$ – отношение круговых частот колебаний.

$$\lambda_{\text{экв}} = \frac{C_{\text{экв}}}{C_{\text{кр}}} = \frac{C_{\text{экв}}}{2\sqrt{\kappa m}}.$$

Применение метода эквивалентной линеаризации будет показано ниже – при исследовании вынужденных колебаний с гасителями сухого, вязкого и упруго-вязкого трения.

ДЕМПФИРУЮЩИЕ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ГАШЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

10.1. Фрикционные и гидравлические гасители

В рессорном подвешивании локомотивов ТЭ109, 2ТЭ10В, 2ТЭ116 применяются фрикционные гасители колебаний с постоянной по модулю силой трения. Конструкция такого гасителя приведена на рис.10.1. Корпус гасителя 1 прикреплен к раме тележки четырьмя болтами. Сверху корпус закрыт кожухом 6, предохраняющим поверхности трения от попадания влаги и пыли. Стальной поршень 3 упруго соединен с вертикальным штоком 2 шаровыми вкладышами 5 и 7 с резинометаллическими прокладками 6. Шток 2 также упруго соединен со стальным кронштейном буксы 4. Поршень движется между двумя вкладышами 8, которые прижаты к нему усилием предварительно сжатой пружины 9. Пружиной регулируется сила трения.

Остановимся на особенностях работы фрикционных гасителей, обусловленных конструкцией и особенностью его силовой характеристики. Прежде всего следует указать на нестабильность силы трения в процессе эксплуатации, что объясняется наличием перекосов трущихся поверхностей. Помимо этого, сила трения зависит как от усилия, создаваемого нажимным устройством, так и от коэффициента трения. Сухое трение стали по стали с высокими удельными давлениями (40 Н/см²) сопровождается явлениями молекулярного схватывания. Коэффициент трения при этом колеблется в пределах от 0,1 до 0,6. Стабильность силы трения возрастает при применении фрикционной пары: сталь – полимер. Коэффициент трения возрастает до 0,35-0,4, однако срок службы фрикционных накладок невелик – не более года. Вследствие быстрого износа могут образоваться бурты – наплывы, которые приводят к появлению жестких ударов, снижению плавности хода локомотива.

Коэффициент трения значительно возрастает при засорении трущихся поверхностей. В условиях тряски и перекрестного трения, что нередко имеет место в эксплуатации, коэффициент трения

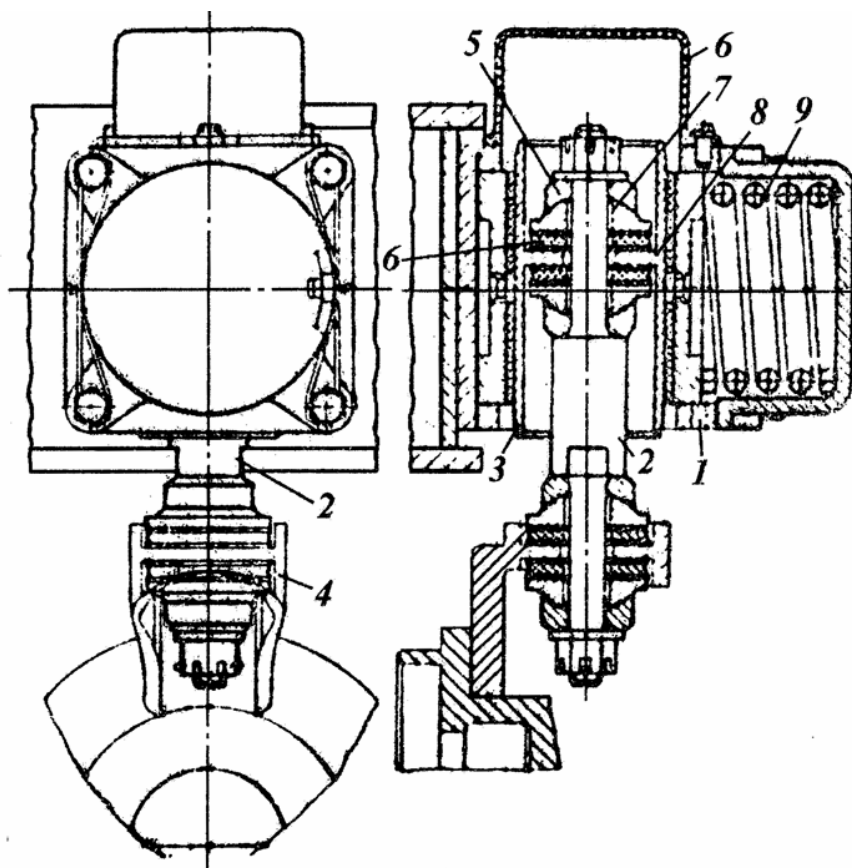


Рис. 10.1. Фрикционный гаситель колебаний

резко снижается. Сила трения так же падает по мере естественного износа вкладышей, что требует регулярной настройки гасителя на стенде.

Для фрикционных гасителей характерно наличие первоначальной силы трения, которую при колебаниях приходится преодолевать. С уменьшением амплитуды колебаний жесткость рессорного подвешивания возрастает вплоть до полного его блокирования, что способствует жесткой передаче вибраций подрессоренными частями тепловоза. Фрикционные гасители увеличивают жесткость подвешивания на 30-40 %.

Серьезным недостатком фрикционных гасителей с постоянной по модулю силой трения является нестабильная их работа при движении локомотивов по пути различного состояния. Опыты ВНИИЖТа показывают, что оптимальная сила трения, выбранная на пути «отличного» состояния, не является оптимальной для другого состояния пути. Если понизить силу трения, то на пути с большими неровностями наблюдается резкое нарастание резонансных колебаний. Указанный недостаток в известной мере устраняется при применении фрикционных гасителей, у которых сила трения зависит от перемещения или скорости перемещения системы при колебаниях.

На тепловозах ТЭЗ, 2ТЭ10Л, 2ТЭ121 и др. применяются *листовые рессоры*, трение между листами которых используется для рассеивания энергии при колебаниях. Трение в листовых рессорах, как известно, возникает вследствие относительного перемещения листов, прижатых друг к другу монтажным усилием и рабочей нагрузкой. Сила трения в эксплуатации имеет значительный разброс, так как она зависит от состояния смазки между листами. Кроме того, необходимо отметить, что *при комбинированном подвешивании*, состоящем из листовых рессор и пружин, частота собственных колебаний надрессорного строения не остается постоянной, а зависит от амплитуды колебаний.

Увеличение частоты при малых амплитудах объясняется тем, что в этих случаях колебания надрессорного строения происходят только *на спиральных пружинах*, в то время как листовые рессоры, обладающие большим внутренним трением, не работают.

Они начинают деформироваться лишь по мере увеличения скорости движения и связанного с ним роста динамической нагрузки на рессору. Динамическая жесткость листовых рессор и общая жесткость рессорного подвешивания начинают уменьшаться, что приводит к уменьшению собственной частоты колебаний надрессорного строения. Благодаря этому частоты собственных и вынужденных колебаний на резонансе автоматически разгоняются, за счет чего устраняется резонанс.

К сожалению, листовые рессоры обладают значительными недостатками. К ним, прежде всего, относятся, невозможность

реализации больших прогибов, большой вес, сложность технологии изготовления.

Выгодно отличаются от гасителей сухого трения гасители вязкого трения, в которых последовательно через узкие каналы перемещается вязкая жидкость, механическая энергия переходит в тепловую и отдается наружному воздуху, которым обдувается гаситель при движении локомотива.

Успешно эксплуатируются гидравлические гасители в рессорном подвешивании электровоза ЧС4, тепловоза ЧМЭЗ. Они применены так же в кузовной ступени рессорного подвешивания тепловоза ТЭП70.

Для примера рассмотрим конструкцию и работу *бухсового гидравлического демпфера* (рис.10.2). Верхняя головка крепления 2 с резинометаллической втулкой 1, предотвращающей воздействие на гаситель высокочастотных колебаний, ввертывается в пустотелый шток. Шток оканчивается рабочим поршнем 6 с уплотнительными кольцами. В поршень снизу ввернут первый клапанный узел KY_1 . Этот узел состоит из корпуса 13, к которому пружиной 15 прижат рабочий клапан сжатия 14, выполненный в виде легкого стального диска с калиброванным дроссельным отверстием В диаметром 1 мм. Втулка 16 удерживает пружину 15 в сжатом состоянии. Для свободного перетекания масла в корпусе предусмотрен канал А. Предохранительный клапан 17 устанавливается внутрь корпуса и прижимается к посадочному курту пружиной 18. Усилие срабатывания предохранительного клапана определяется затяжкой пружины, которая регулируется стаканом 19.

Второй клапанный узел KY_2 ввернут в рабочий цилиндр 7. Он имеет одинаковую конструкцию с клапанным узлом KY_1 . Нижняя головка крепления 20 с резинометаллическим блоком 21 приваривается к цилиндрическому корпусу 8 гасителя. Минимальное расстояние между осями головок крепления 327 мм. Ход поршня штока –120 мм. В масляный резервуар МР и рабочий резервуар 5 гасителя заливается 750 см³ приборного масла МВП ГОСТ 1805-51 с плотностью $\rho_{20}=0,87$ г/см³ и кинематическим коэффициентом вязкости при 20° С; $\nu=0,18$ см²/с. Наличие гребенчатого резиново-

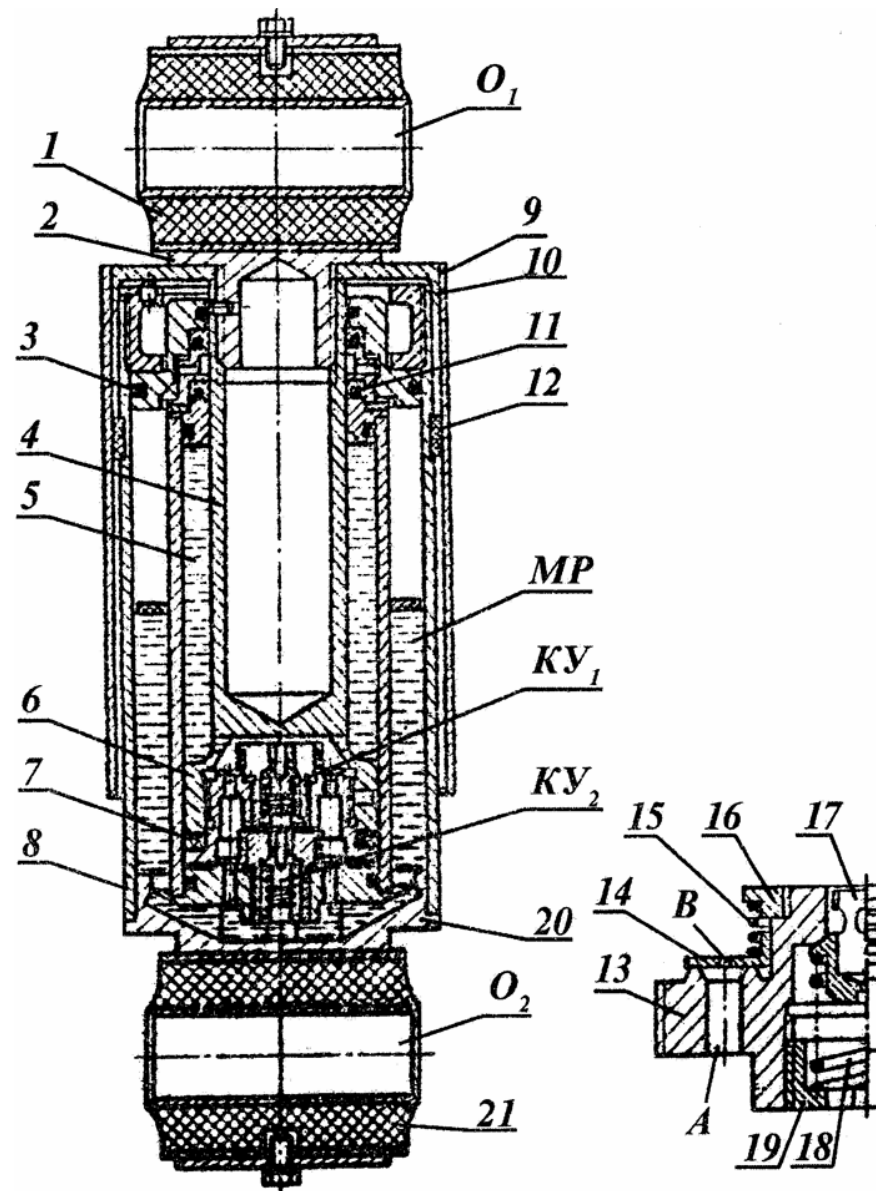


Рис. 10.2. Гидравлический гаситель колебаний

го сальника 11 уменьшает утечку масла по штоку, а уплотнительное кольцо 3 обеспечивает герметичность масляного резервуара МР. Для защиты гасителя от пыли и влаги предусмотрен кожух 9, соединенный с тарелкой 10 и уплотненный кольцом 12.

При увеличении расстояния $0,0_2$ (ход растяжения) рабочий клапан 14 прижат к корпусу 13. Отверстие большого диаметра А закрывается и масло из рабочего резервуара 5 через дроссельное отверстие В перетекает в полость под поршнем. В случае превышения расчетного усилия срабатывает предохранительный клапан 17 и перепускает масло из рабочего резервуара 5 в полость под поршнем, минуя дроссельное отверстие. При уменьшении расстояния $0,0_2$ (ход сжатия) рабочий клапан 14 легко преодолевая усилие нажимной пружины 15 открывается и масло свободно перетекает через канал А. Дросселирование масла производится рабочим клапаном узлом КУ₂.

Описанный выше гаситель имеет симметричную силовую характеристику (при ходе сжатия и ходе растяжения одинаковое расчетное усилие). Характеристика гидравлического гасителя электровазона ЧС4 несимметричная. При ходе сжатия, когда наиболее вероятно воздействие на гаситель ударных нагрузок, усилие ниже, чем при растяжении гасителя. Кроме того, несколько изменено упругое включение гасителя в подвеску.

Гидравлические гасители обладают следующими *достоинствами*: возможность регулировать энергоемкость в широких пределах; высокая энергоемкость при малых габаритах; устойчивое ограничение амплитуды вынужденных колебаний на резонансе независимо от состояния рельсового пути; незначительный износ трущихся частей.

Главный *недостаток* линейных гидродемпферов заключается в том, что при высоких частотах возмущающих сил, действующих между колесом и рельсом, они воспринимают динамические силы на себя, и не амортизированные рессорами, передают их подрессоренным массам. В результате этого происходит жесткий ход локомотива, подрессоренные массы имеют большие величины высокочастотных ускорений, а демпферы перегружаются. Гидродемпферы буксовой ступени работают в более тяжелых усло-

виях, чем гидродемпферы центральной ступени, поскольку последние защищены от высококачественных возмущений со стороны пути подрессоренной массой тележки. Вследствии этого, гидродемпферы стремятся включать в центральную ступень. При включении их в буксовую ступень необходимо предусматривать защиту гасителей от динамических перегрузок.

Известно что, стабильность силовой характеристики гасителя колебаний при различных температурных режимах его работы косвенно отражает надежность гасителя. Особое значение это приобретает при эксплуатации локомотивов в условиях низких температур. Однако гасители вязкого трения заметно снижают свою энергоемкость за цикл при повышении температуры и наоборот. Эти недостатки по возможности должны быть устранены при создании оптимального гасителя колебаний.

Оценивая работу фрикционных и гидравлических гасителей колебаний в рессорном подвешивании локомотивов, можно заключить, что столь очевидные положительные стороны бесчелюстных тележек современных тепловозов могут быть полностью реализованы лишь при создании гасителя, надежно работающего, как в центральной ступени, так и в буксовой ступени рессорного подвешивания.

10.2. Упруго - вязкий пневматический гаситель

Создание оптимального гасителя колебаний в условиях широкого спектра случайных возмущений со стороны пути представляет собой сложную техническую проблему. Как отмечено выше, применяющиеся в настоящее время фрикционные и гидравлические гасители колебаний на локомотивах не удовлетворяют целевой функции оптимальной амортизации, кроме того, надежность их работы в эксплуатации низка. В последнее время для уменьшения динамических перемещений и частоты колебаний локомотивов и вагонов все шире используются демпферы с нелинейными характеристиками. К их числу можно отнести пневматический гаситель колебаний с диссипацией энергии за счет дросселирования сжатого воздуха, разработанный РГОТУПСом совместно с ВНИТИ (рис.10.3).

Работы по совершенствованию пневматических гасителей колебаний стали возможными после того, как ВНИТИ совместно с РГОТУПСом под руководством доктора технических наук Беляева А.И. провели широкий комплекс исследований по применению в телескопических гасителях в качестве рабочего тела сжатого газа. Для проведения экспериментальных стендовых и поездных испытаний был спроектирован и изготовлен опытный образец пневмодемпфера, питающегося от сети сжатого воздуха с давлением 0,8 МПа.

Теоретические предпосылки по определению основных силовых, энергетических, геометрических параметров пневмодемпфера приведены в работах. [8-13]

Особенность первых вариантов конструкций пневмодемпферов состоит в том, что в них применялись дроссельные устройства с постоянным сечением канала для перепуска сжатого воздуха из одного объема гасителя в другой. При этом значительно упрощалась конструкция гасителя, поскольку дроссельные каналы диаметром от 3 до 5 мм просверливались непосредственно в поршне, разделяющем рабочий объем гасителя на две полости.

Стендовые испытания пневмодемпфера показали удовлетворительное соответствие экспериментальных характеристик теоретическим. Установлено, что усилие, развиваемое пневмодемпфером с постоянным сечением дросселя, с достаточной точностью определялось из выражения:

$F = \gamma \left(\frac{dz}{dt} \right)^2$, или

$$F_{\max} = \frac{P_o S^3 \psi^{\frac{2-\kappa}{\kappa}}}{2gRT\mu^2 f^2} \left(\frac{dz}{dt} \right)^2, \quad (10.1)$$

где P_o – зарядное давление сжатого воздуха;
 S – площадь поршня;
 ψ – отношение давлений;
 κ – показатель политроны;
 g – ускорение силы тяжести;
 R – газовая постоянная;

f – сечение дросселя;
 Z – перемещение поршня;
 μ – коэффициент истечения;
 T – температуры сжатого воздуха.

Работа, рассеиваемая гасителем за цикл, определяется

$$W = \pi \gamma Z^3 \omega^2 \sin \varphi, \quad (10.2)$$

где ω – круговая частота колебаний;
 γ – коэффициент пропорциональности;
 φ – угол сдвига между усилием и перемещением штока.

При испытаниях на стенде, когда на ленту осциллографа записывались одновременно усилие на штоке $F(t)$ и перемещение поршня $Z(t)$, было впервые выявлено то, что угол отставания усилия $F(t)$ от перемещения поршня $Z(t)$ в значительной мере зависит от диаметра дроссельного канала и частоты колебаний. В то же время, величина этого угла определяет *полноту гистерезисной петли*, характеризующей энергию, рассеиваемую гасителем за цикл колебаний.

На основании большого числа опытных данных, угол сдвига зависимостей $F(t)$ и $Z(t)$ описан эмпирической формулой

$$\sin \varphi = 1 - \exp \left(- \frac{100}{\omega^{6/d}} \right), \quad (10.3)$$

где D – диаметр дроссельного канала, мм.

Полученные результаты позволили выявить одно из замечательных свойств, присущих только гасителям подобного типа: подбором сечения дроссельного канала можно добиться максимальной рассеивающей способности пневмодемпфера на резонансе и в зонах близких к нему. Такой настройкой энергоемкости на заданную резонансную частоту не обладает ни один из применяемых на локомотивах гасителей.

По своей характеристике пневматический гаситель приближается к линейному. Следовательно, в отличие от фрикционного демпфера, такой гаситель, поставленный в буксовую ступень ресорного подвешивания, не вызовет блокирования отдельных упру-

гих элементов при малой скорости движения локомотива, что позволит более равномерно распределять нагрузки по осям колесных пар и повысить их сцепления с рельсами на 5-6 %.

В отличие от гидравлического гасителя, пневматический, благодаря упругому рабочему телу, *менее подвержен* воздействию импульсных нагрузок. В резонансной зоне, где имеют место малые амплитуды и высокая частота колебаний, эта особенность пневматического демпфера, в отличие от гидравлического, способствует снижению высокочастотных ускорений.

Проведенные опыты показали, что пневмогаситель более эффективно работает при низких температурах, что особенно важно при эксплуатации локомотивов в условиях Крайнего Севера.

На стадии стендовых испытаний было установлено, что сечение дроссельного канала, выбранное оптимальным для амплитуд колебаний 20-25 мм при отклонениях до 40-45 мм оказывается недостаточным.

Одновременно со снижением рассеивающей способности из-за уменьшения угла сдвига $F(t)$ от $Z(t)$ наблюдается повышение усилия до 18000–20000 Н. Однако усилие нарастало плавно и повреждения конструкции не наблюдались.

Большая информация была получена при сравнительном испытании гасителей на тепловозе 2ТЭ116. Сравнение величин коэффициентов вертикальной динамики (K_d) и ускорений кузова (ВУ), замеренные на секциях с фрикционными и пневматическими гасителями, показало, что максимальные абсолютные величины этих показателей при $V=90-110$ км/ч одинаковы и достигают $K_d=0,54$; ВУ=0,52g.

По сравнению с фрикционными гасителями пневматические снижают уровень высокочастотных ускорений на раме тележки на 18-28 %.

Были предприняты попытки улучшить демпфирующую характеристику пневматического гасителя применением дросселей с различным проходным сечением.

При уменьшении диаметра до 3,5 мм коэффициент относительного демпфирования возрастал до 0,22-0,25, но максимальное усилие по штоку достигало 20000-25000 Н, что неизбежно приво-

дило к росту коэффициента вертикальной динамики и вертикального ускорения.

Несмотря на то, что пневматический демпфер по силовым, энергетическим параметрам и параметрам надежности во многом превосходил фрикционные гасители, авторы работы считали преждевременным оставлять пневмогасители с постоянным сечением дросселя в эксплуатации. Тем более, что наметились конкретные пути улучшения диссипативных свойств гасителей и их конструкции.

При создании нового гасителя ставилась цель повышения демпфирующей способности пневматического гасителя колебаний при малых и больших амплитудах обрессоренных масс локомотива.

Поставленная цель достигается тем, что гаситель оборудуется золотниковым дроссельным устройством, включающим в себя запрессованное в шток поршня кольцо, в расточку которого входит профильный золотник, имеющий конусную или другую более оптимальную поверхность. Благодаря этому при относительном перемещении кольца и золотника при колебаниях обрессоренных масс локомотива дроссельный канал, связывающий полости гасителя между собой, имеет переменную площадь поперечного сечения, что обеспечивает оптимальное соотношение между упругой и диссипативной силами.

Это дало возможность увеличить диаметр поршня, зарядное давление сжатого газа и таким образом повысить энергоемкость гасителя при малых амплитудах колебаний обрессоренных масс, не опасаясь роста упругой силы при больших амплитудах.

На рис.10.3 изображен *пневматический гаситель колебаний с переменным сечением дросселя*.

Гаситель колебаний состоит из цилиндра 1, закрытого с торцов верхней крышкой 2 и нижней крышкой 3. Крышки крепятся к цилиндру болтами 4, гайками 5 и уплотняются по разьему резиновыми прокладками 6. В цилиндре установлен поршень 7, снабженный уплотнительными кольцами 8 и жестко соединенный со штоком 9 с помощью конической прессовой посадки и гайки 10. Второй конец штока проходит через сальниковое устройство,

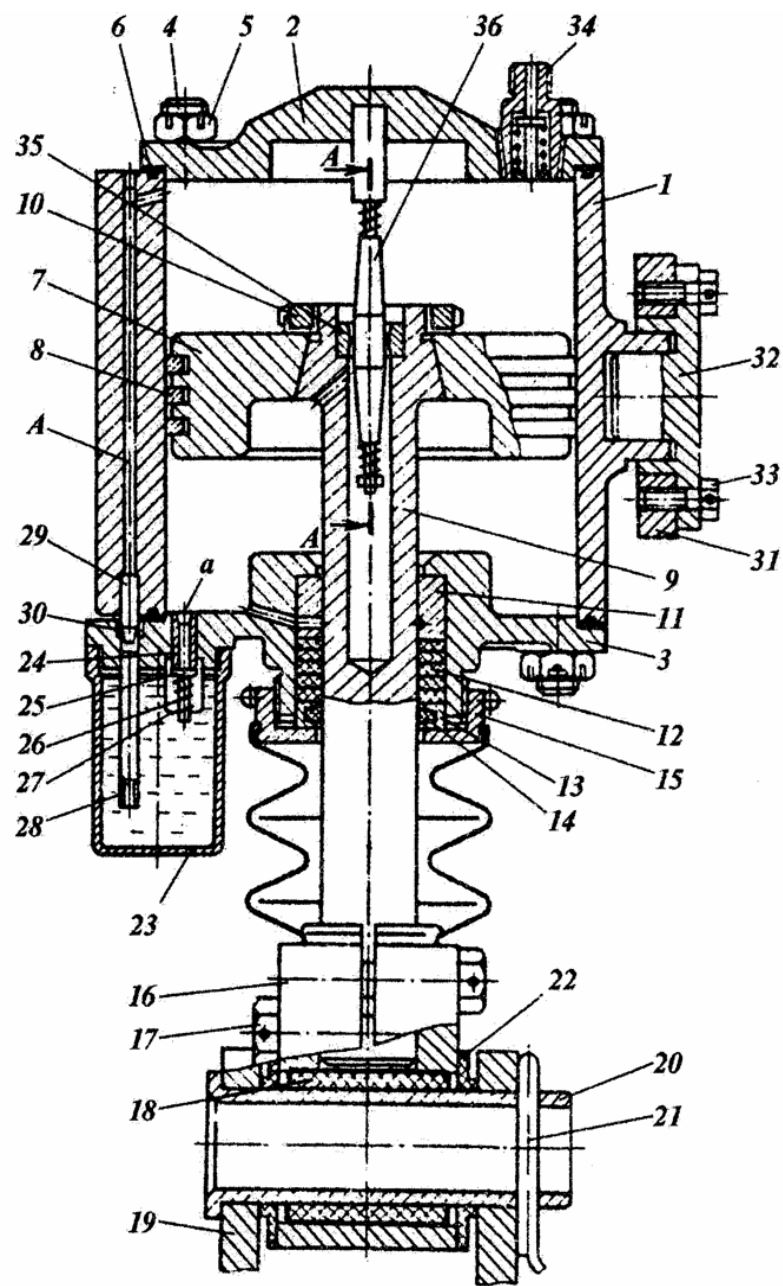


Рис. 10.3. Пневматический гаситель колебаний с регулируемым дроссельным устройством

смонтированное с нижней крышке, состоящее из направляющей антифрикционной втулки 11, резиновых уплотнительных колец 12, буксы 13 с войлочным кольцом 14 и накидной гайки 15.

Самый нижний конец штока крепится к головке 16 болтами 17. В отверстии головки установлен резино-металлический блок 18, посредством которого поршень гасителя колебаний вместе со штоком и головкой соединяется с кронштейном 19, приваренным к крышке буксы, с помощью валика 20, шплинта 21 и пылезащитных резиновых шайб 22.

К нижней крышке пневмогасителя привинчен стакан 23, являющийся маслосборником. Его полость соединена через отверстия а в нижней крышке и обратный клапан, состоящий из седла 24, клапана 25, пружинки 26 и колпачка 27, со штоковой полостью цилиндра, а также с помощью калиброванной трубки 28, переходника 29 и канала А – с бесштоковой полостью гасителя колебаний. Переходник по месту крепления нижней крышки 3 к цилиндру 1 уплотнен резиновым кольцом 30.

Цилиндр гасителя колебаний шарнирно крепится к раме тележки с помощью кронштейна 31, приваренного к боковине рамы, двух валиков 32, хвостовики которых входят в цилиндрические отверстия, расположенные в приливах на цилиндре. Валики крепятся к кронштейну болтами 33. Бесштоковая полость гасителя колебаний соединена через штуцер 34 с установленным в нем обратным клапаном с резервуаром подпитки.

Бесштоковая полость цилиндра 1 соединяется со штоковой полостью дроссельным каналом в кольце 35, запрессованном в шток, совместно с размещенной внутри него иглой 36, наружная поверхность которой имеет три участка: два в форме усеченных конусов, вершины которых направлены в противоположные стороны, и расположенный между ними третий участок с цилиндрической поверхностью. Игла 36 упруго с помощью двух цилиндрических пружин, верхней 37 и нижней 38, гайки 39 подвешена на направляющей 40. Последняя жестко закреплена на верхней крышке гасителя колебаний и имеет два упора, ограничивающие перемещение иглы 36.

Гаситель колебаний работает следующим образом.

При движении поршня 7, например, вверх, давление сжатого воздуха в бесштоковой полости становится выше, чем в штоковой. Под действием перепада давления сжатый воздух из верхней бесштоковой полости цилиндра 1 перетекает в штоковую полость, создавая демпфирующую силу. При этом игла 36, преодолевая сопротивление нижней пружины 38, перемещается вниз до упора в гайку 39. Это приводит к резкому увеличению проходного сечения дроссельного отверстия, в результате чего при подходе поршня 7 к верхней точке выбранного движения давления в надпоршневой и поршневой полостях практически сравниваются. С началом обратного движения поршня 7 перепад давлений в бесштоковой и штоковой полостях цилиндра 1 изменяется по знаку, при этом игла 36, вначале под действием нижней пружины 38, затем под действием перепада давления в штоковой и бесштоковой полостях, преодолевая сопротивление верхней пружины 37, перемещается вверх до упора в буртик на направляющей 40. Вследствие этого вначале резко уменьшится проходное сечение дросселя, способствуя увеличению перепада давления и, следовательно, величине демпфирующей силы примерно в середине движения поршня вниз, а затем, с увеличением пройденного поршнем 7 расстояния вниз, темп увеличения проходного сечения дросселя резко возрастает, в результате чего при подходе поршня 7 к нижней точке давления в штоковой и бесштоковой полостях цилиндра 1 сравняются снова. Далее этот процесс повторяется.

Гаситель колебаний снабжен индивидуальной системой смазки всех трущихся его поверхностей, которая работает следующим образом. В момент, когда давление сжатого воздуха в штоковой полости цилиндра 1 больше, чем в верхней, откроется обратный клапан 25 и смазка, находящаяся в стакане 23, под действием перепада давления по отверстиям в калибровочной трубке 28, переходнике 29 и канале Б в стенке цилиндра 1 впрыскивается в бесштоковую полость, смазывая стенки цилиндра 1 и уплотнительные кольца 8 поршня 7. Далее, постепенно стекая в нижнюю полость, смазка через обратный клапан 25 снова попадает в стакан 23. Темп подачи смазки регулируется диаметром проходного сечения трубки 28.

Применение гасителя колебаний на транспортных средствах позволит снизить вибрации обрессоренных частей.

Для пневматического гасителя с регулируемым сечением дросселя была разработана методика определения основных *геометрических, силовых и энергетических* показателей.

Так, диаметр цилиндра приблизительно может быть определен из выражения

$$D=0,01(W_n/Z_m\rho_0)^{1/2}, \quad (10.4)$$

где ρ_0 – абсолютное зарядное давление;
 W_n – количество рассеиваемой за цикл энергии;
 Z_m – максимум амплитуды колебаний.

Выражение (10.1) позволяет определить только максимальное значение демпфирующей силы и выведено с предположением, что при работе наблюдается незначительное сжатие газа. В действительности, истечение газа происходит между двумя переменными объемами гасителя и рабочее тело гасителя, в отличие от жидкости, сжимаемое.

Помимо этого, истечение газа в период колебания происходит под действием переменного перепада давления, обуславливающего появление демпфирующего усилия.

Давление в полостях гасителя

$$P_1(t) = P_0 V_{01}^n \{ (Q_{01} - Q) / Q_{01} V_{01} [1 - Z_0 / (L - e)] \sin \omega t \}^n;$$

$$P_2(t) = P_0 V_{02}^n \{ (Q_{01} - Q) / Q_{02} V_{02} [1 + Z_0 / (L + e)] \sin \omega t \}^n; \quad (10.5)$$

При этом демпфирующее усилие определится как

$$F(t) = (\pi/4) [D^2 P_1(t) - (D^2 - d^2) P_2(t)] 10^4. \quad (10.6)$$

Рассеиваемая пневмогасителем энергия за период колебаний составит:

$$W_n = \frac{Z_0}{2} \sum_{i=4\pi/\omega}^{6\pi/\omega-1} [F(t_{i+1}) + F(t_i)] (\sin \omega t_i + 1 - \sin \omega t_i). \quad (10.7)$$

В результате расчетов было получено значение силы пневмодемпфера, которое при наибольшей амплитуде колебаний составило $F=10000+15000$ Н, энергия, которую способен рассеять гаситель – $A_n=1000+1500$ Нм.

Полученные данные свидетельствуют о том, что при допустимых для рессорного подвешивания локомотива габаритах, энергоемкость пневмодемпфера соответствует энергоемкости гидравлического гасителя, а в отдельных случаях и превосходит его.

Благодаря новой совокупности признаков, присущих пневматическому гасителю, включающих золотниковое дроссельное устройство, обеспечивающее дросселирование сжатого газа через дроссельное устройство переменного сечения, поддерживается оптимальное соотношение между упругой и диссипативной силами с целью повышения демпфирующей способности при малых и больших амплитудах колебаний.

Для того, чтобы пневматический гаситель имел максимальную рассеивающую способность на резонансе, необходимо сечение дроссельного канала согласовывать с собственной частотой рессорного подвешивания тепловоза. Для этого можно использовать следующую приближенную методику расчета. Для ряда значений диаметра дросселя ($d=3-6$ мм), используя выражения (10.1), (10.2) и (10.3), строятся зависимости динамического усилия и угла φ от частоты возмущений (рис.10.4, а). Используя полученные зависимости, для тех же значений диаметров дросселя строятся зависимости работы демпфирования от частоты возмущений (рис. 10.4, б). Для каждого значения дросселя определяется частота колебаний, при которой достигается максимальная рассеивающая способность, и по полученным данным строится зависимость диаметра дросселя от частоты собственных колебаний (рис.10.4, в). С использованием графика $D=f(\omega)$, по известной частоте собственных колебаний рессорного подвешивания подбирается диаметр дросселя. При расчете могут встретиться трудности с определениями T , μ , R , n , S , Z_2 , ψ . Приблизительно можно принимать температуру нагрева гасителя выше температуры наружного воздуха на 20-30 °С, коэффициент истечения $\mu=0,7-0,8$; универсальную газовую постоянную для воздуха $R=29,27$ кгс·м/кгс·град. Диа-

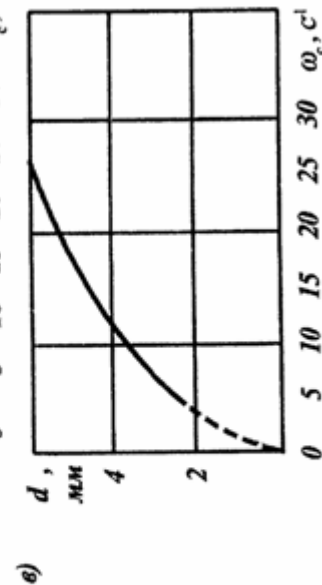
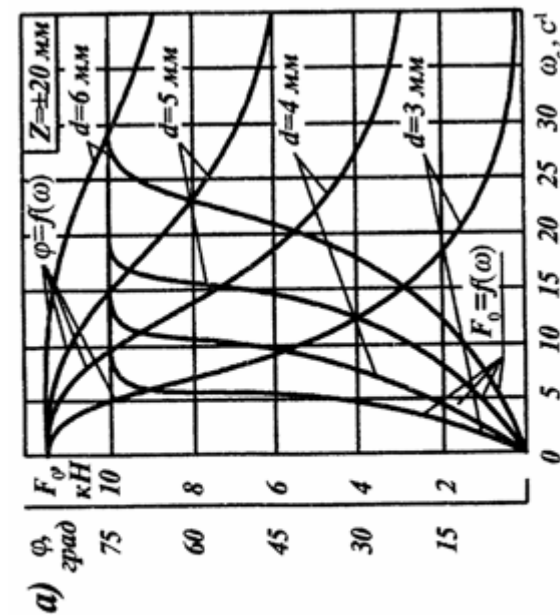
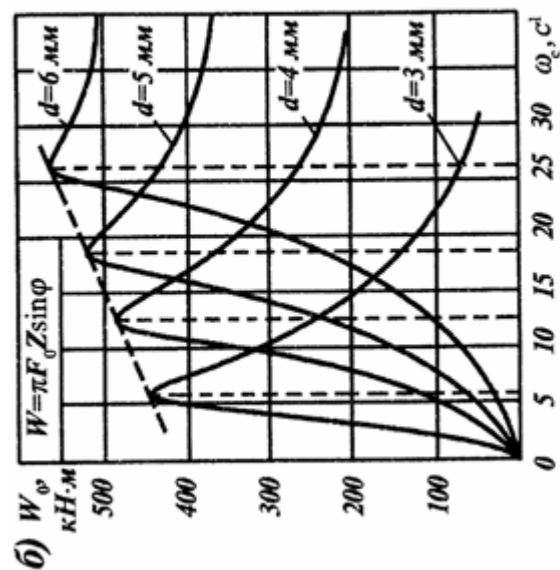


Рис. 10.4. Зависимость параметров пневматического гасителя:

а) – демпфирующего усилия и угла сдвига фаз от частоты колебаний при различных сечениях дросселя; б) – работы демпфирования от частоты вынужденных колебаний; в) – диаметра дросселя от частоты собственных колебаний рессорного подвешивания

метром поршня S следует задаваться в пределах от 120 до 155 мм. Показатель политропы $n=1,35$. Отношение давлений $\psi=0,528$ (критический режим истечения). Расчет целесообразно проводить для амплитуды колебаний от 15 до 20 мм. Рассчитанное сечение дросселя следует проверить на стенде или на тепловозе.

10.3. Гашение свободных колебаний фрикционными и гидравлическими гасителями

Движение системы описывается уравнениями:
с гасителями сухого трения

$$m\ddot{z} + M\text{sign}\dot{z} + \kappa z = 0, \quad (10.8)$$

с гидравлическими гасителями

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + \kappa z = 0, \quad (10.9)$$

При этом требуется выявить характер затухания колебаний в сравниваемых демпферах при заданных коэффициентах m, M, κ, c . Предполагается, что колебания рессор со всеми двумя демпферами начинаются с одних и тех же начальных условий:

$$\dot{z}(0) = 0, z(0) = z_0. \quad (10.10)$$

В результате сравнения, необходимо сделать выводы о том, какой демпфер лучше в том или ином отношении. Для этого нужно сравнить решения уравнения (10.8) и (10.9).

Имеются следующие конкретные значения:

$$m=8,5 \frac{\text{кН} \cdot \text{сек}^2}{\text{м}}; F=6 \text{ кН}; \kappa=850 \frac{\text{кН}}{\text{м}}; c=48 \frac{\text{кН} \cdot \text{сек}}{\text{м}};$$

$$\dot{z}(0) = 0, z(0) = z_0 = 0,02 \text{ м.}$$

Аналитическое решение уравнения (10.8).

Перепишем уравнение (10.8) в виде:

$$\ddot{z} + a\text{sign}\dot{z} + \omega^2 z = 0, \quad (10.11)$$

$$\text{где } a = \frac{M}{m} = 0,706 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}, \quad \omega = \sqrt{\frac{\kappa}{m}} = 10 \frac{1}{\text{сек}}.$$

1. Если $\dot{z}(0) = 0, z(0) = z_0 = 0,02 \text{ м.}$, то движение сначала будет при $\dot{z} \leq 0$, откуда $\text{sign}\dot{z} = -1$ и (10.11) имеет вид

$$\ddot{z} + \omega^2 z = a, \quad (10.12)$$

Движение начнется, если $\omega^2 Z_0 > a$.

Последнее условие выполняется, и общее решение уравнения (10.12) имеет вид:

$$z = A \sin \omega t + B \cos \omega t + \frac{a}{\omega^2}. \quad (10.13)$$

Дифференцируя уравнение (10.13)

$$\dot{z} = A\omega \cos \omega t - B\omega \sin \omega t \quad (10.14)$$

и подставляя в (10.13), (10.14) начальные значения $\dot{z}(0) = 0$ и $z(0) = z_0$ при $t=0$, получим

$$z_0 = B + \frac{a}{\omega^2}; A=0.$$

Решение уравнения (10.12) с учетом начальных условий имеет вид:

$$z = \left(z_0 - \frac{a}{\omega^2} \right) \cos \omega t + \frac{a}{\omega^2}. \quad (10.15)$$

2. В момент времени $t=\pi/\omega$ происходит смена знака $\dot{z}$ и поэтому уравнение (10.12) и решение (10.15) не имеют места. При этом справедливо уравнение:

$$\ddot{z} + \omega^2 z = -a. \quad (10.16)$$

Начальное значение z равно:

$$z\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = -z_0 + \frac{2a}{\omega^2}.$$

(Чтобы получить $z\left(\frac{\pi}{\omega}\right)$, нужно в уравнение (10.15) подставить $t=\pi/\omega$).

Движение системы начнется, если $\omega^2 Z_0 - 2a > a$, т.е.

$$\omega^2 Z_0 > 3a. \quad (10.17)$$

Тогда решение уравнения (10.16) с учетом начального значения $z(\pi/\omega)$ будет иметь вид

$$z = \left(z_0 - \frac{3a}{\omega^2} \right) \cos \omega t - \frac{a}{\omega^2}. \quad (10.18)$$

Однако может случиться, что (10.17) не выполняется, тогда

$$z \equiv -z_0 + \frac{2a}{\omega^2}.$$

Если в уравнение (10.18) подставить $t = 2\pi/\omega$, то получим

$$z \left(\frac{2\pi}{\omega} \right) = z_0 - \frac{4a}{\omega^2}. \quad (10.19)$$

Из формулы (10.19) видно, что за один период колебаний амплитуда уменьшается на $\frac{4a}{\omega^2}$. Движение прекращается, как только некоторые амплитудные значения станут по модулю меньше, чем $\frac{a}{\omega^2}$. Если на общий график нанести закон изменения амплитуд и прямые $z = \pm \frac{a}{\omega^2}$, то можно определить, в какой момент времени прекратится движение.

Аналитическое решение уравнения (10.9).

Перепишем (10.9) в виде:

$$\ddot{z} + 2\alpha\dot{z} + \omega^2 z = 0, \quad (10.20)$$

$$\text{где } \alpha = \frac{c}{2m} = 2,825 \left(\frac{1}{\text{сек}} \right).$$

Характеристическое уравнение для (10.20) имеет вид:

$$p^2 + 2\alpha p + \omega^2 = 0.$$

Решение характеристического уравнения:

$$p = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega^2} = -\alpha \pm i\Omega,$$

$$\text{где } \Omega = \sqrt{\omega^2 - \alpha^2} = \sqrt{100 - 8} = 9,58 \left(\frac{1}{\text{сек}} \right).$$

Общее решение (10.20) имеет вид:

$$z = e^{-\alpha t} (c_1 \cos \Omega t + c_2 \sin \Omega t). \quad (10.21)$$

Дифференцируем уравнение (10.21)

$$\dot{z} = e^{-\alpha t} \{ (-c_1 \alpha + c_2 \Omega) \cos \Omega t - (c_2 \alpha + c_1 \Omega) \sin \Omega t \}. \quad (10.22)$$

Подставляя $Z = Z_0$ и $\dot{z} = 0$ при $t = 0$ в (10.21), получим

$$Z_0 = c_1 \Rightarrow c_1 = Z_0,$$

$$0 = -c_1 \alpha + c_2 \Omega \Rightarrow c_2 = \frac{\alpha Z_0}{\Omega}$$

Решение (10.20) с учетом начальных условий имеет вид:

$$z = z_0 e^{-\alpha t} \left(\cos \Omega t + \frac{\alpha}{\Omega} \sin \Omega t \right). \quad (10.23)$$

Огибающая для решения уравнения (10.23) записывается уравнением

$$z_{\text{огиб}} = \frac{z_0 \omega}{\Omega} e^{-\alpha t}. \quad (10.24)$$

Для нашего случая

$$z_{\text{огиб}} = \frac{0,02 \cdot 10}{9,52} e^{-2,825t} = 0,021 \cdot e^{-2,825t}.$$

Период уменьшения $Z_{огб}$ вдвое следующий:

$$T = \frac{\lg 2}{2,825 \lg e} = \frac{0,352}{2,825 \cdot 0,4343} = 0,248(\text{сек}).$$

Зная закон движения (10.24) и период T (10.25) для закона (10.24), зная также частоту колебаний, легко построить график колебаний.

10.4. Гашение вынужденных колебаний гасителями с различными силовыми характеристиками

Дифференциальное уравнение движения системы при вынужденных колебаниях с пневматическим гасителем типа $F_n = \lambda \left(\frac{dz}{dt} \right)^2$ имеет вид:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + \gamma \left(\frac{dz_2}{dt} \right)^2 + \kappa z_2 = \gamma \left(\frac{dz_1}{dt} \right)^2 + \kappa z_1. \quad (10.25)$$

Используя метод эквивалентной линеаризации, изложенный выше, приведем нелинейное уравнение (10.25) к линейному виду:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + C_{\text{экв}} \frac{dz_2}{dt} + \kappa z_2 = C'_{\text{экв}} \frac{dz_1}{dt} + \kappa z_1. \quad (10.26)$$

Эквивалентный коэффициент сопротивления $C_{\text{экв}}$ находим из равенства энергий рассеиваемых пневматически и гидравлическим линейным гасителем за цикл колебаний:

$$\pi \gamma z_2^3 \omega_b^2 \sin \varphi = \pi C_{\text{экв}} \omega_b z_2^2, \text{ откуда} \\ C_{\text{экв}} = \gamma z_2 \omega_b \sin \varphi. \quad (10.27)$$

В пределах небольшого интервала линеаризации уравнение (10.26) имеет решение

$$Z_2 = Z_1 \sqrt{\frac{1 + (2\lambda_{\text{экв}} r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\lambda_{\text{экв}} r)^2}}. \quad (10.28)$$

Эквивалентный коэффициент демпфирования $\lambda_{\text{экв}}$ выразим через эквивалентный коэффициент сопротивления

$$\lambda_{\text{экв}} = \frac{C_{\text{экв}}}{C_{\text{кр}}} = \frac{\gamma z_2 \omega_b \sin \varphi}{2\sqrt{\kappa m}}, \quad (10.29)$$

где $C_{\text{кр}}$ – критический коэффициент сопротивления.

Подставляя выражение (10.29) в решение линеаризованного уравнения (10.28), получим биквадратное алгебраическое уравнение, из которого определяется амплитуда колебаний подрессорных частей при гашении пневматическими гасителями:

$$Z_2 = Z_1 \sqrt{\frac{1}{2} [1 - (1 - r^2)^2 n] + \frac{1}{2} \sqrt{(1 - r^2)^2 n + 4n}}, \quad (10.30)$$

$$\text{где } n = \frac{\kappa^2}{\gamma^2 \omega_b^2 z_1^2 \sin^2 \varphi}.$$

Определив значение Z_2 для заданного отношения частот r , можно по выражению (10.27) получить значение эквивалентного коэффициента сопротивления $C_{\text{экв}}$ в зависимости от частоты возмущений. Этот метод получения амплитудно-частотных характеристик и зависимостей $C_{\text{экв}} = f(r)$ может быть применен для любого нелинейного гасителя, в том числе и фрикционного.

Эквивалентный коэффициент сопротивления фрикционного гасителя определяется аналогично:

$$4F_{\text{тр}} Z_2 = \pi C_{\text{экв}} \omega_b Z_2^2;$$

откуда

$$C_{\text{экв}} = \frac{4F_{\text{тр}}}{\pi \omega_b Z_2}, \quad (10.31)$$

$$\lambda_{\text{экв}} = \frac{2F_{\text{тр}}}{\pi \omega_b z_2 \sqrt{\kappa m}}. \quad (10.32)$$

Подставляя выражение (10.32) в (10.28), после преобразований получим биквадратное уравнение вида

$$Z_2^4(1-r^2)^2 + Z_2^2 \left(\frac{16F_{mp}}{\pi^2 \omega c^2} - Z_1^2 \right) - \frac{16F_{mp}^2}{\pi^2 \omega c^2} = 0, \quad (10.33)$$

где

$F_{тр}$ – сила трения фрикционного гасителя.

Уравнение (10.33) решаем относительно Z_2

$$Z_2 = Z_1 \sqrt{\frac{(1-n) \mp \sqrt{(n-1)^2 + 2Ln}}{L}}, \quad (10.34)$$

где:

$$n = \frac{16F_{mp}}{\pi^2 \omega c^2 Z_1^2};$$

$$L = 2(1-r^2)^2.$$

Подставляя значения Z_2 из уравнения (10.34) в выражение (10.31), получим зависимость $C_{э\text{кв}} = f(r)$ для фрикционного гасителя.

На рис. 10.5 приведены расчетные амплитудно-частотные характеристики систем с рациональным, пневматическим, фрикционным и гидравлическим гасителями колебаний.

Из сравнения характеристик видно, что пневматический и гидравлический гасители примерно одинаковы по эффективности на резонансе. На рис. 10.6 приведены зависимости эквивалентного коэффициента сопротивления от частоты возмущений для гасителей колебаний различных типов.

Характеристика пневматического гасителя имеет наилучшую сходимость с характеристикой рационального гасителя практически на всем спектре частот от 0 до 10 Гц, а характеристика гидравлического гасителя – только на резонансе. Это подтверждает необходимость улучшения характеристики гидравлического гасителя на высоких частотах возмущений.

Наихудшую сходимость с характеристикой рационального гасителя имеет характеристика фрикционного гасителя. При низ-

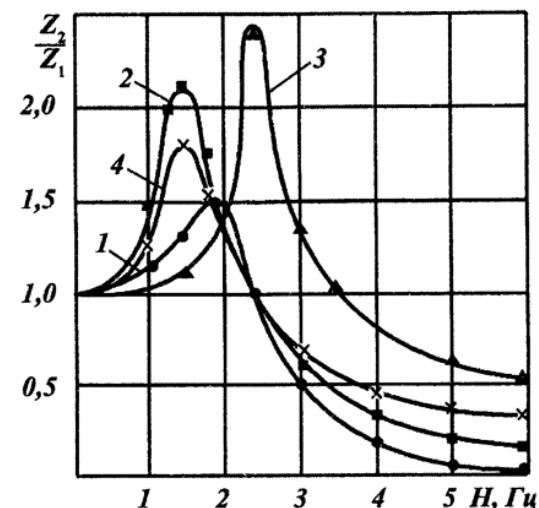


Рис.10.5. Амплитудно-частотные характеристики системы с гасителями колебаний:

1 - рациональный; 2 - гидравлический; 3 - фрикционный; 4 - пневматический

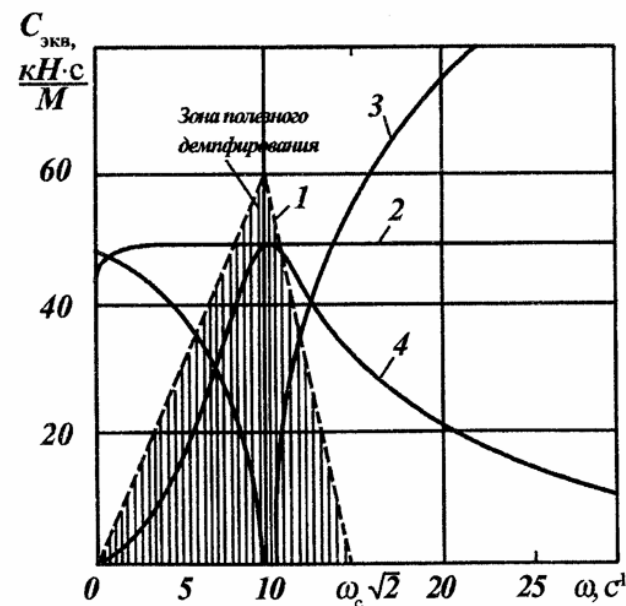


Рис.10.6. Зависимости эквивалентного коэффициента сопротивления от частоты колебаний гасителей колебаний:

1 - рационального; 2 - гидравлического; 3 - фрикционного; 4 - пневматического

кой частоте возмущения $\omega_b = 5 \text{ с}^{-1}$, когда демпфирование не играет существенного значения, эквивалентный коэффициент сопротивления у него возрастает до $C_{\text{экв}} = 150-1280 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{мм}$, что выше в 6-7 раз, чем у пневматического. Это способствует повышению жесткости упругих элементов. На резонансе, когда требуется наибольшая степень демпфирования системы, коэффициент сопротивления практически падает до нуля. В зарезонансной зоне перемещение системы и вертикальные ускорения при фрикционных гасителях в 3-4 раза больше, чем при пневматических. Соответственно, характеристика фрикционного гасителя с постоянной по модулю силой трения является мало приемлемой для рессорного подвешивания локомотивов.

Совершенствование рессорного подвешивания локомотивов в связи с увеличением скорости движения выдвигает в последнее время новые требования к конструкциям его отдельных элементов и, в частности, к гасителям колебаний. Наиболее прогрессивными следует считать автоматически регулируемые гасители. Одним из первых шагов в этом направлении – применение в рессорном подвешивании локомотивов пневматических гасителей колебаний, которые после серьезной конструкторской и теоретической работы могут быть включены в систему автоматического регулирования параметров рессорного подвешивания локомотивов.

Список использованной литературы

1. М е д е л ь В. Б. Подвижной состав электрических железных дорог. –М.: 1971г.
2. Справочник по ЭПС, тепловозам и дизель-поездам. Т.1, 2 /Под ред. Тищенко А.И. –М.: 1979г.
3. В е р ш и н с к и й С. В., Челноков И.И., Данилов В.Н. Динамика вагона. –М.: 1979г.
4. Конструкция и динамика локомотивов. /Под ред. В.И. Иванова. –М.: 1974.
5. Б и д е р м а н В. Л. Теория механических колебаний. –М.: 1980.
6. Б а б а к о в И. М. Теория колебаний. –М.: 1968.

7. Механическая часть тягового подвижного состава: Учеб. для вузов ж.д. транспорта. /Под ред И.В. Бирюкова. –М.: Транспорт, 1992.

8. И в а н о в В. В., С к а л и н А. В. Согласование параметров пневматического гасителя с параметрами рессорного подвешивания. Труды ВЗИИТа, –М.: 1976.

9. С к а л и н А. В. Отличительные особенности пневматических гасителей колебаний по сравнению с гасителями сухого и вязкого трения. Труды ВЗИИТа, –М.: 1978.

10. И в а н о в В. В., С к а л и н А. В., Ш а р о в В. Д. Повышение диссипативных свойств пневмодемпферов. Труды ВЗИИТа, –М.: 1980.

11. С к а л и н А. В. Упруго-вязкие пневматические гасители колебаний рессорного подвешивания локомотивов. – Днепропетровск, 1980.

12. С к а л и н А. В. Выбор оптимальной характеристики гасителей колебаний для рессорного подвешивания локомотивов. – Гомель, 1978.

13. С к а л и н А. В. Б е л я е в а И. А. Расчет пневматических гасителей колебаний и оптимизация их параметров. Вестник ВНИИЖТа, – М.: 1983.

Учебное издание

Ибрагимов Махмут Ахматович
Киселев Валентин Иванович
Рамлов Владимир Александрович
Скалин Александр Викторович

ДИНАМИКА ЛОКОМОТИВОВ

Учебное пособие

Редактор Д. Н. Тихонычев
Компьютерная верстка Д. В. Жарикова

Тип. зак. 175.	Изд. зак. 212	Тираж 500 экз.
Подписано в печать 09.09.05	Офсет.	
Печ. л. 8,0		Формат 60×90 ^{1/16}

Издательский центр РГОТУПС,
125993, Москва, Часовая ул., 22/2
Участок оперативной печати, 125993, Москва, Часовая ул., 22/2