

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования**

**«ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»**

---

**Кафедра «Автоматика и телемеханика на железных дорогах»**

## **ИСКЛЮЧЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ СОСТЯЗАНИЙ В МНОГОТАКТНЫХ СХЕМАХ**

**Методические указания  
к практическому занятию № 3  
по дисциплине «Теория дискретных устройств»**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
ПГУПС  
2012**



**Цель** практического занятия – изучение методов анализа и синтеза многотактных схем и методов исключения критических состязаний.

## 1 Основные понятия

### 1.1 Понятие многотактной схемы

Важной составляющей теории дискретных устройств является теория многотактных схем (МС), изучающая дискретные устройства с памятью. Теория МС включает в себя анализ и синтез схем. Под синтезом МС понимается построение конкретной схемы по словесному описанию алгоритма функционирования устройства. Анализ МС включает в себя построение таблицы переходов и таблицы выходов по заданной схеме.

*Многотактная схема* отличается от комбинационной тем, что при одинаковых воздействиях на входах в различные моменты времени на ее выходах могут быть различные сигналы. Работа МС зависит не только от входного воздействия в данный момент времени, но и от поступления входных воздействий в предшествующие моменты времени.

Рассмотрим схему, изображенную на рис. 1. Она является комбинационной, если контакт  $y$  не подключен параллельно контакту  $x_2$ . Напомним, что *комбинационной* является схема, значение сигнала на выходе которой в любой момент времени однозначно определяется значением сигналов на ее входах. Из таблицы истинности (табл. 1) видно, что одному и тому же входному состоянию независимо от времени (такта) его поступления соответствует одно и то же выходное состояние (например, такты 1 и 3). Эта схема реализует конъюнкцию от двух переменных  $x_1$  и  $x_2$ .

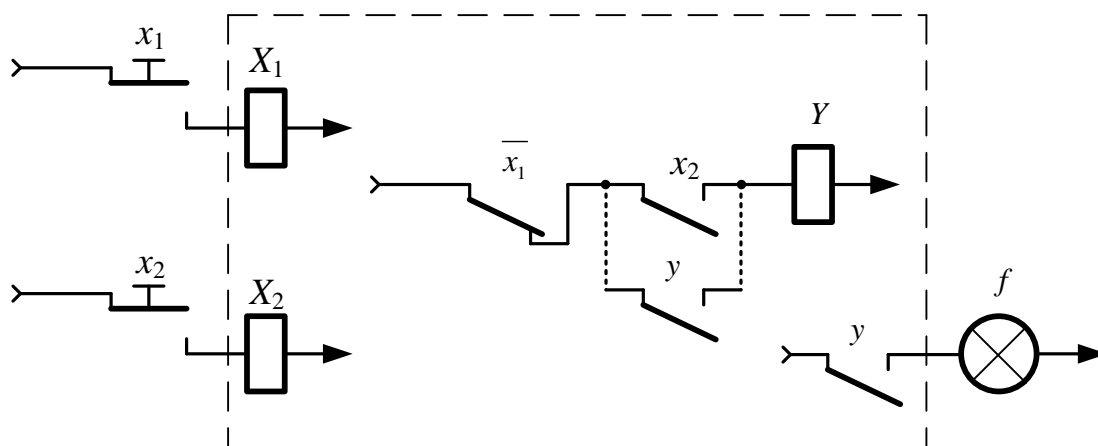


Рис. 1 Релейно-контактная схема

Таблица 1

Таблица истинности  
комбинационной схемы

$t$	$x_1$	$x_2$	$f$
1	0	0	0
2	0	1	1
3	0	0	0
4	1	1	0
5	1	0	0
6	0	1	1

Изменим схему так, как показано пунктиром (см. рис. 1).

Табл. 2 описывает работу этой схемы во времени. Теперь одному и тому же входному состоянию в разные моменты времени (такты 1 и 3) соответствуют разные выходные состояния, т. е. схема стала многотактной. При поступлении входных сигналов  $x_1 = 0$  и  $x_2 = 1$  (кнопка  $x_1$  отпущена, а кнопка  $x_2$  нажата) включается реле  $Y$  и замыкает свой контакт  $y$  в цепи самоблокировки  $\bar{x}_1 y$ . После отпускания кнопки  $x_2$  реле  $X_2$  выключится, а реле  $Y$  останется включенным по цепи  $\bar{x}_1 y$ . Таким образом, цепь самоблокировки реле  $Y$  позволила запомнить факт нажатия кнопки  $x_2$ .

Таблица 2

Таблица изменения сигналов в МС

$t$	$x_1$	$x_2$	$f$
1	0	0	0
2	0	1	1
3	0	0	1
4	1	1	0
5	1	0	0
6	0	1	1

Для отмены запоминания нажатия кнопки  $x_2$  необходимо выключить реле  $Y$ , т. е. нажать кнопку  $x_1$ . Сравнение двух вариантов схем, показанных на рис. 1, позволяет сделать вывод, что МС содержит в своей структуре реле  $Y$  – внутреннее реле, которое реализует память за счет цепи самоблокировки через собственный контакт. Признаком МС является наличие в цепях включения внутренних реле контактов этих же реле.

Общая структура МС, построенной с использованием реле, показана на рис. 2. Переменными  $x_1, x_2, \dots, x_n$  обозначены кнопки, нажатие которых приводит к включению входных реле схемы  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Они предназна-

ченны для фиксации значений входных переменных. Внутренние реле, реализующие алгоритм работы схемы (память схемы), обозначены как  $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ . Выходам схемы соответствуют переменные  $z_1, z_2, \dots, z_k$ .

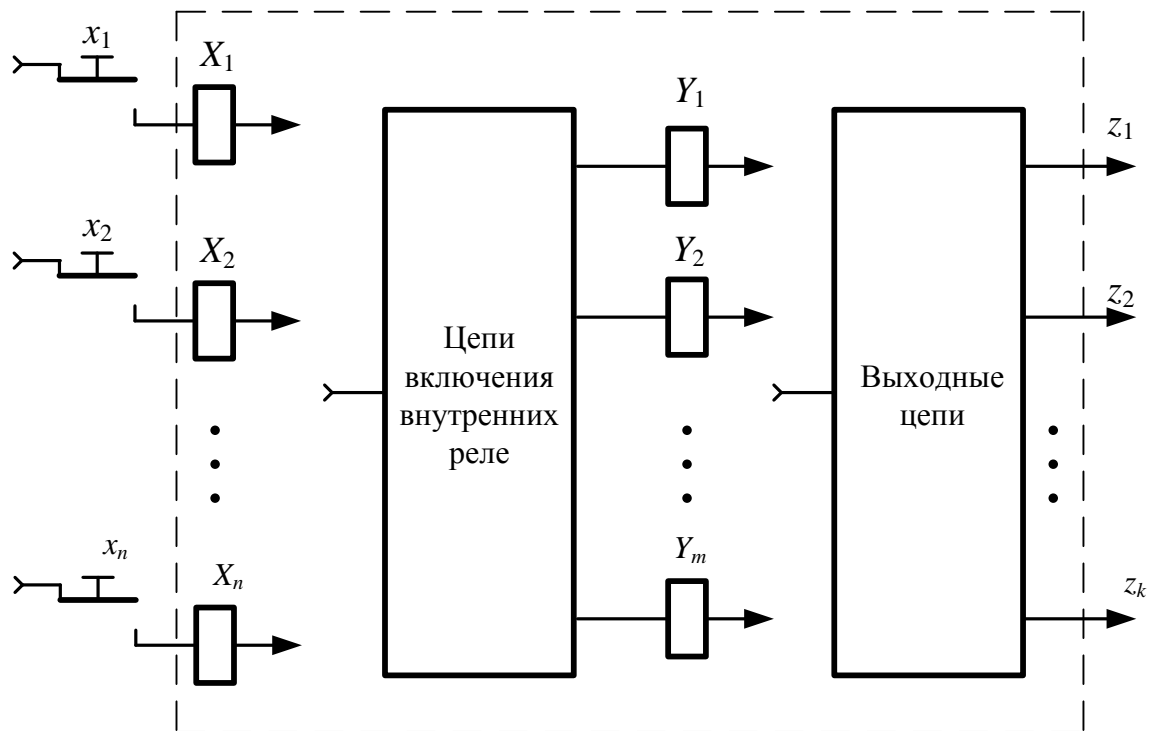


Рис. 2 Общая структура многотактной схемы

Рассмотренная структура МС (см. рис. 1) показывает, что таблица истинности не может описывать работу схемы с памятью, потому что для неё не существует однозначного соответствия между входами и выходами, поэтому для задания работы МС используются две таблицы – таблица переходов (ТП) и таблица выходов (ТВ).

Рассмотрим задачу анализа МС, которая формулируется следующим образом: по заданной схеме построить ТП и ТВ.

## 1.2 Анализ многотактных схем

Рассмотрим схему, изображенную на рис. 3. Данная схема реализует следующую систему функций алгебры логики (ФАЛ):

$$\begin{cases} Y_1 = y_1 (\bar{y}_3 \vee x \vee y_2) \vee x \bar{y}_2 \bar{y}_3; \\ Y_2 = \bar{x} (y_2 \vee \bar{y}_1) \vee y_1 y_2; \\ Y_3 = x (y_1 \vee y_2) \vee \bar{y}_1 (\bar{x} \vee y_3) \vee \bar{y}_2 y_3; \\ Z = x y_1 (y_2 \vee y_3). \end{cases} \quad (1)$$

По системе функций (1) составим ТП (табл. 3). Столбцы ТП соответствуют входным наборам, их число при известном количестве входов ( $n$ ) можно вычислить по формуле:  $N = 2^n$ . Строки ТП соответствуют внутренним состояниям схемы ( $S$ ).

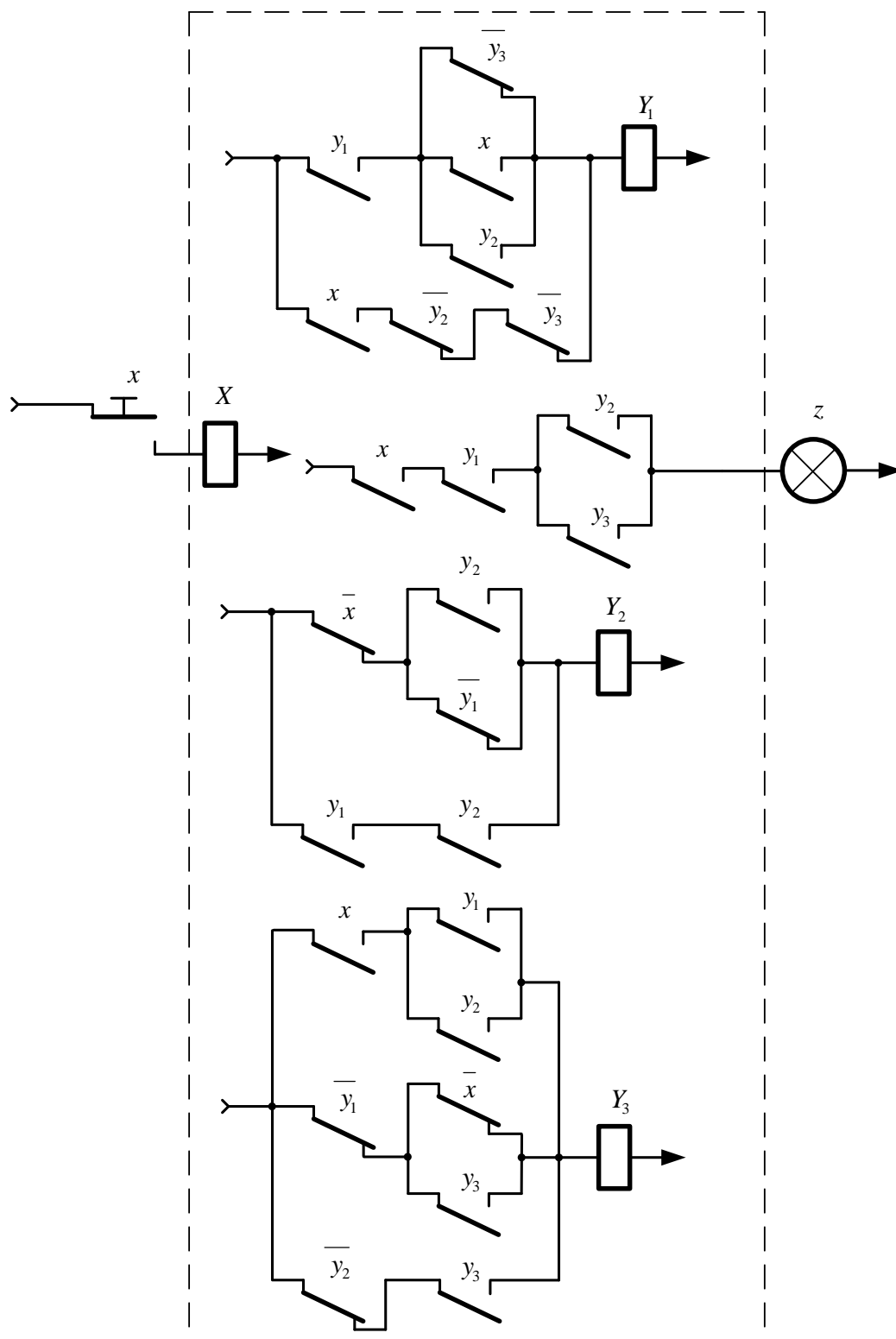


Рис. 3 Заданная многотактная схема

Таблица 3

Таблица переходов для исходной  
многотактной схемы

S	Y <sub>1</sub> Y <sub>2</sub> Y <sub>3</sub>	x	
		0	1
1	000	<b>011</b> +	100
2	001	011	<001>
3	010	011	<b>001</b> +
4	011	<011>	001
5	100	<100>	101
6	101	001	<101>
7	110	<110>	111
8	111	110	<111>

Под состоянием МС понимается состояние ее внутренних реле. В данном случае три внутренних реле имеют  $N = 2^3 = 8$  состояний. Если обозначить число внутренних реле как  $m$ , то число строк (состояний) ТП равно  $N = 2^m$ . В клетке на пересечении столбца и строки проставляется то состояние, в которое переходит схема, если она находилась в состоянии, соответствующем данной строке, и на ее вход поступает набор, соответствующий данному столбцу. Рассмотрим, например, клетку (1, 010) на пересечении столбца  $x = 1$  и строки  $y_1 y_2 y_3 = 010$  (см. табл. 3).

В общем случае клетку будем определять так:

$$(\tilde{x}; \tilde{y}_1 \tilde{y}_2 \tilde{y}_3), \quad (2)$$

где переменные могут принимать различные значения:  $\tilde{x}, \tilde{y}_i = 0$  или 1.

Определим, что будет с реле  $Y_1, Y_2$  и  $Y_3$ , если реле  $Y_1$  было выключено, реле  $Y_2$  включено, реле  $Y_3$  выключено, а на вход поступает сигнал  $x = 1$ . В функции  $Y_1, Y_2$  и  $Y_3$  подставим значения  $x = 1, y_1 = 0, y_2 = 1, y_3 = 0$ :

$$\begin{cases} Y_1 = 0 \cdot (\bar{0} \vee 1 \vee 1) \vee 1 \cdot \bar{1} \cdot \bar{0} = 0; \\ Y_2 = \bar{1} \cdot (1 \vee \bar{0}) \vee 0 \cdot 1 = 0; \\ Y_3 = 1(0 \vee 1) \vee \bar{0}(\bar{1} \vee 0) \vee \bar{1} \cdot 0 = 1. \end{cases} \quad (3)$$

Выражение (3) говорит о том, что реле  $Y_1$  останется выключенным, реле  $Y_2$  выключится, а реле  $Y_3$  включится. В табл. 3 заносят полученные значения функций  $Y_1, Y_2$  и  $Y_3$ .

Сформулируем *правило заполнения клеток кодированной ТП*:

в клетке  $(\tilde{x}; \tilde{y}_1 \tilde{y}_2 \tilde{y}_3)$  проставляются значения ФАЛ  $Y_1, Y_2$  и  $Y_3$ , которые получаются при подстановке в них значений переменных  $\tilde{x}, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \tilde{y}_3$ .

В соответствии с этим правилом заполняются все остальные клетки табл. 3.

Далее составляется кодированная ТВ (табл. 4). Строки и столбцы ТВ имеют тот же смысл, но изменяется содержание клеток.

Таблица 4

**Таблица выходов для исходной многотактной схемы**

$Y_1 Y_2 Y_3$	$x$	
	$0$	$1$
000	0	0
001	0	0
010	0	0
011	0	0
100	0	0
101	0 +	1
110	0	1
111	0	1

*Правило заполнения клеток ТВ.*

В клетке на пересечении столбца и строки проставляются значения выходов, которые имеет схема, если она находится в состоянии, соответствующем данной строке. На входе схемы имеется набор, соответствующий данному столбцу. Например, для клетки (0, 101), которая выделена в табл. 4, имеем:  $Z = 0 \cdot 1 \cdot (0 \vee 1) = 0$ .

Построенные ТП и ТВ полностью описывают поведение МС.

Заполнение ТП и ТВ можно также производить по *следующему правилу*.

1. Исходная система ФАЛ внутренних реле приводится к двум системам при  $x = 0$  и  $x = 1$ . При этом ФАЛ внутренних реле каждой системы представляется в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ). Для системы (1) имеем систему (4) при  $x = 0$  и систему (5) при  $x = 1$ :

$$\begin{cases} Y_1 = y_1 y_2 \vee y_1 \overline{y_3}; \\ Y_2 = y_2 \vee \overline{y_1} \vee y_1 y_2 = y_2 \vee \overline{y_1}; \\ Y_3 = \overline{y_1} \vee \overline{y_2} y_3; \\ Z = 0. \end{cases} \quad (4)$$



$$\begin{cases} Y_1 = y_1 \vee \overline{y_2} \overline{y_3}; \\ Y_2 = y_1 y_2; \\ Y_3 = y_1 \vee y_2 \vee \overline{y_1} y_3 \vee \overline{y_2} y_3; \\ Z = y_1 y_2 \vee y_1 y_3. \end{cases} \quad (5)$$

2. Далее с использованием систем (4) и (5) заполняются столбцы 0 и 1 в ТП и ТВ. При этом выявляются входные наборы, на которых каждая конъюнкция равна единице, после чего в соответствующих строках ТП и ТВ проставляются единицы на местах, соответствующих той или иной внутренней переменной. В остальных строках проставляются нули.

Поясним данное правило на примере системы (4). Рассмотрим уравнение, описывающее  $Y_1$ :  $Y_1 = y_1 y_2 \vee \overline{y_1} y_3$ .

*ФАЛ равна единице тогда и только тогда, когда равна единице хотя бы одна из конъюнкций.* Конъюнкция  $y_1 y_2$  соответствуют наборы, в которых значение функций  $y_1$  и  $y_2$  равно единице, а значение  $y_3$  не определено (или безразлично): это наборы (11~). Данной записи соответствует две комбинации 110 и 111 (см. рис. 4). Конъюнкция  $\overline{y_1} y_3$  равна единице на наборах, соответствующих записи (1~0): 100 и 110 (рис. 4). Таким образом, функция  $Y_1$  принимает значения, равные единице, на трех наборах: 100, 110 и 111. Согласно этому в ТП на первом месте в столбце  $x = 0$  напротив указанных строк проставляются единицы, во всех остальных строках проставляются нули (см. табл. 3).

<u><math>y_1 y_2</math></u>	<u><math>\overline{y_1} y_3</math></u>
<u><math>y_1 y_2 y_3</math></u>	<u><math>y_1 y_2 y_3</math></u>
<u>1 1 ~</u>	<u>1 ~ 0</u>
1 1 0	1 0 0
1 1 1	1 1 0

Рис. 4 Входные наборы, на которых функция  $Y_1$  равна единице

Перейдем к рассмотрению уравнения  $Y_2 = y_2 \vee \overline{y_1}$ . Функция  $Y_2$  равна единице, когда  $y_2$  или  $\overline{y_1}$  равны единице. Первой переменной соответствуют наборы (~1~): 010, 011, 110, 111. Второй переменной соответствуют на-

боры (0~): 000, 001, 010, 011. Таким образом, функция  $Y_2$  равна единице на наборах 000, 001, 010, 011, 110 и 111. В данных строках ТП на втором месте в столбце  $x = 0$  проставляются единицы, во всех остальных строках на втором месте ставятся нули. По аналогии для третьего уравнения  $Y_3 = \overline{y_1} \vee \overline{y_2} y_3$  имеем следующие наборы, на которых данная ФАЛ равна единице: 000, 001, 010, 011 и 101.

Введем несколько понятий, связанных с ТП. Будем говорить, что клетка ТП соответствует полному состоянию схемы. *Полное состояние* определяет состояние входных и внутренних реле. Полные состояния делят на устойчивые и неустойчивые.

*Устойчивым* состоянием называется такое состояние МС, в котором она может находиться сколь угодно долго до изменения входов. Признаком устойчивого состояния является следующее: в клетке устойчивого состояния записано внутреннее состояние (то, что должно быть), совпадающее с внутренним состоянием, соответствующим строке, в которой находится клетка (то, что было). Для обозначения устойчивого состояния будем использовать угловые скобки, например  $\langle 110 \rangle$  (см. табл. 3).

*Неустойчивым* называется состояние, в котором создаются условия для изменения внутреннего состояния схемы. Признак неустойчивого состояния: в клетке неустойчивого состояния записано внутреннее состояние (то, что должно быть), не совпадающее с внутренним состоянием, соответствующим строке, в которой находится клетка.

Работу МС, используя табл. 3, можно продемонстрировать следующим образом (рис. 5).

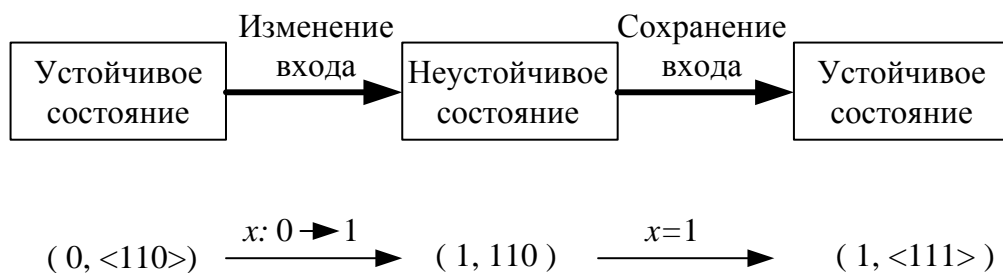


Рис. 5 Работа многотактной схемы

### 1.3 Состояния в многотактных схемах и их исключение

Одной из задач, решаемых при исследовании поведения МС, является проверка ее на устойчивость работы. Основным фактором, определяющим устойчивую работу схемы, является корректное использование (учет) временных соотношений срабатываний входных и внутренних реле.

Пусть имеется схема с памятью (рис. 6). При поступлении входных сигналов  $x_1 x_2 = 11$  (нажаты обе кнопки) включается реле  $Y$ , которое и замыкает свой фронтонный контакт в цепи самоблокировки. По алгоритму работы после отпущания кнопки  $x_1$  реле  $X_1$  выключится, но реле  $Y$  должно остаться включенным. Если время отпадания якоря реле  $Y$  меньше, чем этот же параметр у реле  $X_1$ , то при замыкании размыкающего контакта  $x_1$  в цепи самоблокировки последняя уже будет разомкнута контактом  $y$ . Реле  $Y$  выключится, и алгоритм работы схемы нарушится. Таким образом, работа данной схемы зависит от соотношения временных параметров входного реле  $X_1$  и внутреннего реле  $Y$ . Если не учитывать этот фактор, то схема будет работать неустойчиво.

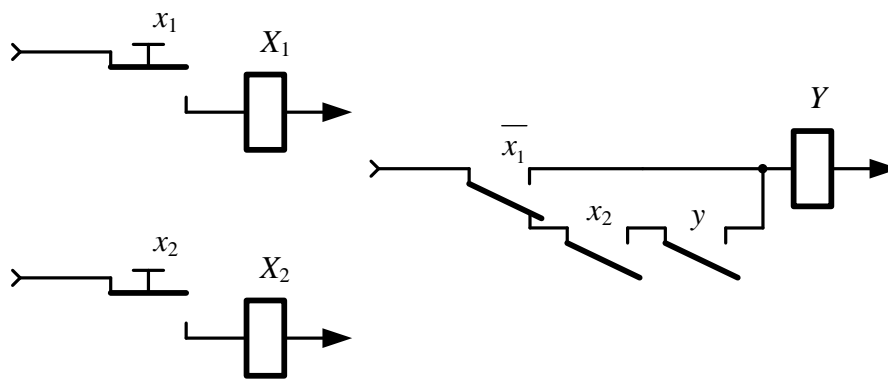


Рис. 6. Схема с памятью

Из примера видно, что для исключения возможных искажений в работе схемы из-за разброса временных параметров реле, необходимо в цепи самоблокировки сохранять сигнал  $y$  до полного переключения контакта реле  $X_1$ . Очевидно, что анализ МС на устойчивость работы по ее схеме возможен только для простейших случаев. Для анализа сложных схем целесообразно использовать кодированную ТП.

Проанализируем работу схемы, изображенной на рис. 3 по ее кодированной ТП (табл. 3).

Рассмотрим клетку (1, 010). В ней задан переход из состояния 3 ( $Y_1 = 0, Y_2 = 1, Y_3 = 0$ ) в состояние 2 ( $Y_1 = 0, Y_2 = 0, Y_3 = 1$ ). При этом реле  $Y_2$  должно выключиться, а реле  $Y_3$  включиться. Особенность данного перехода состоит в том, что в схеме возникают условия для одновременного изменения состояния двух реле.

Явление, когда в схеме возникают условия для изменения состояния одновременно двух или более реле, называется *состязанием реле*. Признаком наличия состязаний является следующее: код, записанный в клетке,

отличается от кода строки, в которой находится клетка, в двух и более рядах. В данной ТП имеется два случая состязаний реле, отмеченные знаком «+» (см. табл. 3). Продолжим рассмотрение перехода  $3 \rightarrow 2$ .

Обозначим:  $t_2$  – время выключения реле  $Y_2$ , и  $t_3$  – время включения реле  $Y_3$ . В данном переходе возможны два случая соотношения временных параметров:  $t_2 < t_3$  и  $t_2 > t_3$ . В первом случае реле  $Y_2$  выключится раньше, чем включится реле  $Y_3$ , и поэтому схема из состояния 3 попадет в состояние 1 100, откуда в состояния 5 и 6 со значением  $\langle 101 \rangle$  (рис. 7). Последнее состояние является устойчивым. Попадая в него, схема в нем и останется. При этом алгоритм работы МС нарушается: вместо состояния 2 схема перешла в состояние 6.

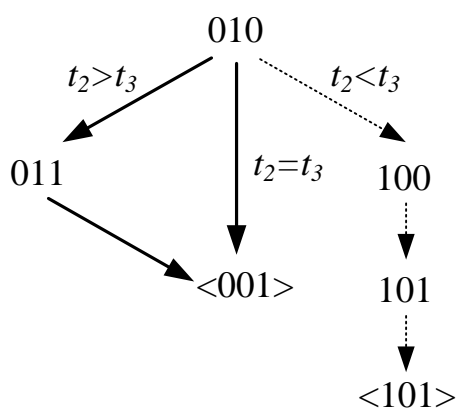


Рис. 7 Устранение критического состязания в клетке (1, 011) таблицы переходов

Состязания, в результате которых нарушается алгоритм работы схемы, называются *критическими*. Их необходимо исключать.

Во втором случае реле  $Y_3$  включится раньше, нежели выключится реле  $Y_2$ , поэтому схема из состояния 3 перейдет в состояние 4 с кодом 011. Состояние 4 неустойчиво, и из него схема перейдет в состояние 2 (см. рис. 7). Таким образом, схема переходит в то состояние, которое и требуется. Алгоритм работы не нарушается. Проведенный анализ показал, что рассматриваемое состязание не является критическим.

Известно *четыре способа исключения критических состязаний*:

- введение временных задержек;
- преобразование ТП;
- специальное кодирование состояний МС;
- синхронизация внешних и внутренних сигналов.

Рассмотрим второй способ исключения критических состязаний – преобразование ТП.

*Преобразование ТП* является универсальным способом. Этот способ исключает зависимость работы схемы от соотношения временных пара-

метров реле. Будем называть непосредственный переход схемы из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$  *однотактным* и обозначать  $S_i \rightarrow S_j$  (например,  $3 \rightarrow 2$ ). Переход схемы из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$  через несколько промежуточных состояний будем называть *многотактным* и обозначать  $S_i \rightarrow S_k \rightarrow S_m \rightarrow \dots \rightarrow S_j$ . К примеру,  $3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$  – двухтактный переход.

Преобразование ТП заключается в замене однотактного перехода на многотактный. При этом во всех однотактных переходах, образующих многотактный, изменяется состояние только одного реле, чем исключаются состязания. Например, заменим в табл. 3 переход  $3 \rightarrow 2$  на переход  $3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$  в клетке (1, 010), т. е. сначала включим реле  $Y_3$  ( $3 \rightarrow 4$ ), а затем выключим реле  $Y_2$  ( $4 \rightarrow 2$ ). Чтобы это сделать, надо преобразовать ТП. В клетке (1, 010) надо вместо кода состояния  $2 = 001$  проставить код состояния  $4 = 011$ . Полученный переход  $3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$  иллюстрируется на рис. 7.

Таблица 5

**Кодированная таблица переходов,  
свободная от критических состязаний**

S	$Y_1 Y_2 Y_3$	x	
		0	1
1	000	011	100
2	001	011	<001>
3	010	011	011
4	011	<011>	001
5	100	<100>	101
6	101	001	<101>
7	110	<110>	111
8	111	110	<111>

Рассмотрим второй случай состязаний в клетке (0, 000). В ней задан переход  $1 \rightarrow 4$ . Одновременно изменяют свое состояние реле  $Y_2$  и  $Y_3$ . При  $t_2 < t_3$  схема имеет двухтактный переход  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ , а при  $t_3 < t_2$  – двухтактный переход  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ , т. е. это случай некритических состязаний, поэтому никаких мер принимать не надо. Возможные переходы схемы для рассматриваемого случая изображены на рис. 8, а преобразованная ТП показана в табл. 5.

Таким образом, рассмотрев в табл. 3 все случаи состязаний и устранив критические, можно перейти к структурному синтезу схемы. Данная задача является обратной задаче анализа и в общем виде формулируется следующим образом: по заданным ТП и ТВ необходимо построить схему.

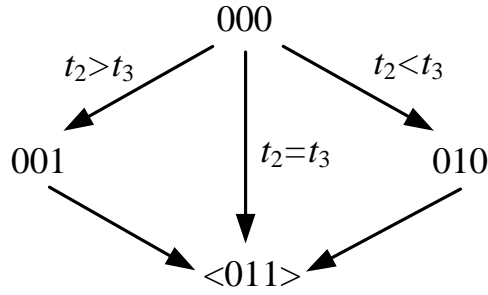


Рис. 8 Возможные переходы из клетки (0, 000) в клетку (0, <011>) таблицы переходов

### 1.4 Синтез многотактных схем

Построим таблицу истинности ФАЛ внутренних реле, которые изменили свои значения вследствие введения многотактного перехода.

Каждый двоичный набор в таблице истинности соответствует клетке ТП (см. табл. 5). Тогда правилом заполнения таблицы истинности является следующее: если в клетке с координатами  $((\tilde{x}), (\tilde{y}_1 \tilde{y}_2 \tilde{y}_3))$  проставлена 1(0), соответствующая(-ий) реле  $Y_i$  и выходу  $z$  (лампочке), то в строке  $(\tilde{x} \tilde{y}_1 \tilde{y}_2 \tilde{y}_3)$  таблицы истинности для функции  $Y_i$  и функции  $z$  проставляется 1(0). В соответствии с рассмотренным правилом заполняется табл. 6.

Таблица 6

Таблица истинности внутреннего реле  $Y_2$

Номер строки	$x(t)$	$y_1(t-1)$	$y_2(t-1)$	$y_3(t-1)$	$Y_2(t)$
1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

В рассмотренном выше случае для исключения критического состояния потребовалось изменить одно значение функции  $Y_2$ . Все остальные ФАЛ остались неизменными. Таким образом, в исходной схеме (см. рис. 3) преобразуется только схемный узел, описывающий включение реле  $Y_2$ .

Минимизируем функцию  $Y_2$  с использованием карт Карно (рис. 9).

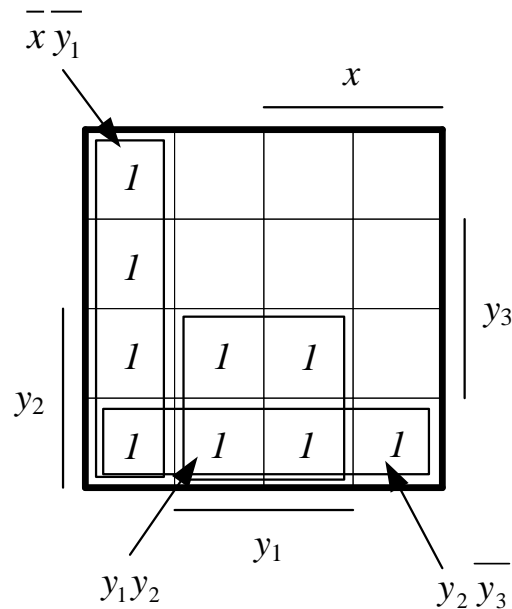


Рис. 9. Минимизация функции  $Y_2$  по картам Карно

Результатом минимизации является следующая функция:

$$Y_2 = \bar{x} \bar{y}_1 \vee y_1 y_2 \vee y_2 \bar{y}_3 = \bar{x} \bar{y}_1 \vee y_2 (y_1 \vee \bar{y}_3). \quad (6)$$

Релейно-контактная МС, свободная от критических состязаний, представлена на рис. 10.

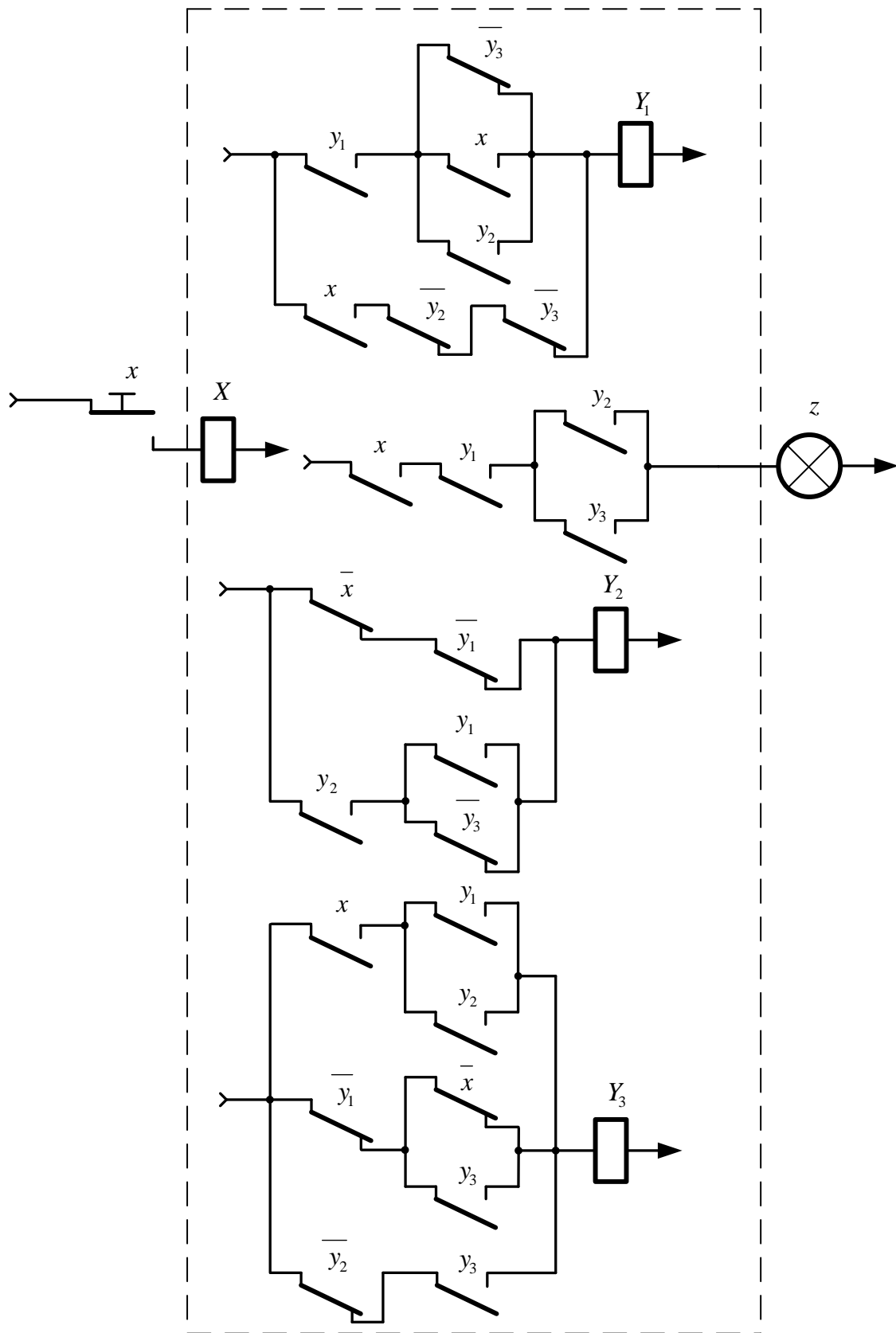


Рис. 10. Схема, свободная от критических состояний



## 2 Методика выполнения работы

1. Ознакомиться с разделом 1 данных методических указаний.
2. Получить вариант работы у преподавателя.
3. Построить МС. Она имеет один вход (кнопку  $x$ ), один выход (лампочка  $z$ ) и три внутренних реле  $Y_1, Y_2, Y_3$ .
4. Построить ТП и ТВ.
5. Найти состязания в ТП. Выбрать критические состязания из найденных и устранить их введением двухтактных переходов.
6. Построить преобразованную ТП.
7. По преобразованной ТП построить таблицы истинности функций алгебры логики  $Y_1, Y_2, Y_3$  и  $Z$ .
8. Минимизировать те функции  $Y_1, Y_2, Y_3$ , которые вследствие исключения критических состязаний изменили свои значения.
9. Построить МС, свободную от критических состязаний.

## 3 Варианты заданий

$$1. \begin{cases} Y_1 = y_1(\bar{x} \vee \bar{y}_3) \vee \bar{y}_2(y_1 \vee xy_3); \\ Y_2 = \bar{x}y_1 \vee y_2(xy_3 \vee \bar{y}_1\bar{y}_3); \\ Y_3 = y_1(y_3 \vee \bar{x}y_2) \vee x(y_3 \vee \bar{y}_1y_2); \\ Z = y_1(\bar{x}y_2 \vee \bar{y}_3). \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} Y_1 = y_1 \vee \bar{x}\bar{y}_3; \\ Y_2 = \bar{x}\bar{y}_1 \vee y_1y_2; \\ Y_3 = x(y_1 \vee y_2 \vee y_3) \vee \bar{y}_1\bar{y}_3; \\ Z = \bar{x}(y_2 \vee \bar{y}_3) \vee xy_1. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} Y_1 = y_1(x \vee \bar{y}_2) \vee xy_2y_3; \\ Y_2 = y_2(\bar{x} \vee y_3) \vee xy_1\bar{y}_3; \\ Y_3 = xy_1 \vee \bar{y}_1(\bar{x}\bar{y}_2 \vee y_2y_3); \\ Z = \bar{x}y_1y_3 \vee x(y_1 \vee \bar{y}_2). \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} Y_1 = y_1(x\bar{y}_3 \vee \bar{x}\bar{y}_2) \vee \bar{x}y_3(y_1 \vee y_2); \\ Y_2 = \bar{x}(\bar{y}_1 \vee y_2) \vee y_2(y_1\bar{y}_3 \vee \bar{y}_1y_3); \\ Y_3 = xy_3 \vee \bar{x}(y_1\bar{y}_2 \vee y_2y_3); \\ Z = \bar{x}(y_2 \vee y_1\bar{y}_3) \vee xy_3. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} Y_1 = y_1(x \vee y_3) \vee \bar{x}y_2; \\ Y_2 = \bar{x}(y_2 \vee y_3) \vee xy_1; \\ Y_3 = y_3 \vee \bar{y}_1(x\bar{y}_2 \vee \bar{x}y_2); \\ Z = \bar{x}y_2 \vee xy_1y_3. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} Y_1 = x(y_1 \vee \bar{y}_2\bar{y}_3) \vee y_3(y_1 \vee \bar{x}y_2); \\ Y_2 = y_2(\bar{y}_1 \vee xy_3) \vee y_3(xy_1 \vee \bar{x}y_2); \\ Y_3 = y_3(\bar{x} \vee \bar{y}_1) \vee xy_1\bar{y}_2; \\ Z = (y_1 \vee xy_2)(\bar{y}_3 \vee \bar{x}\bar{y}_1). \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} Y_1 = x(y_3 \vee \bar{y}_2) \vee y_1 \bar{y}_3; \\ Y_2 = x(\bar{y}_3 \vee \bar{y}_1) \vee y_2(\bar{y}_1 \vee y_3); \\ Y_3 = y_3 \vee \bar{x} \bar{y}_1 y_2; \\ Z = \bar{x} y_1 \vee x(\bar{y}_1 y_3 \vee y_2). \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} Y_1 = y_1(y_2 \vee \bar{y}_3) \vee \bar{x} y_3; \\ Y_2 = y_2(y_1 \vee y_3) \vee \bar{x}(y_2 \vee \bar{y}_1 y_3); \\ Y_3 = \bar{x}(y_1 \vee y_3) \vee \bar{y}_2 y_3 \vee x \bar{y}_1; \\ Z = (\bar{x} y_2 \vee y_3)(\bar{y}_1 \vee x y_2). \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} Y_1 = x(y_1 \vee y_2 y_3) \vee \bar{y}_3(y_1 \vee \bar{x} \bar{y}_2); \\ Y_2 = \bar{x}(y_1 \vee y_3) \vee x \bar{y}_1 y_2 y_3; \\ Y_3 = y_3(\bar{x} \vee x \bar{y}_1 y_2) \vee x y_1 \bar{y}_2; \\ Z = \bar{x}(y_1 y_3 \vee \bar{y}_2) \vee x y_3. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} Y_1 = y_1(x \vee y_3 \vee \bar{y}_2) \vee x y_2 \bar{y}_3; \\ Y_2 = \bar{x} \bar{y}_1 \vee y_2(\bar{y}_3 \vee y_1) \vee x y_1 y_3; \\ Y_3 = \bar{x}(y_1 \bar{y}_2 \vee y_2 y_3) \vee x y_1 \bar{y}_3; \\ Z = \bar{x} y_2 \vee x y_1(y_2 \vee \bar{y}_3). \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} Y_1 = \bar{x} y_1 \vee x y_2(\bar{y}_3 \vee y_1); \\ Y_2 = \bar{x} y_1 \vee x(y_2 \vee \bar{y}_1 y_3); \\ Y_3 = \bar{x}(y_1 y_3 \vee \bar{y}_1 \vee y_2) \vee x y_3(\bar{y}_1 \vee y_2); \\ Z = \bar{x}(y_1 \vee y_3) \vee x(\bar{y}_1 \vee y_2). \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} Y_1 = \bar{x}(\bar{y}_1 \bar{y}_2 \bar{y}_3 \vee y_1(y_2 \vee y_3)) \vee x(\bar{y}_3 \vee y_1); \\ Y_2 = \bar{x}(y_2 \vee \bar{y}_3) \vee x; \\ Y_3 = \bar{x}(\bar{y}_1 y_2 \vee y_3) \vee x y_3; \\ Z = y_3(\bar{y}_1 \vee x \bar{y}_2). \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} Y_1 = x(y_1 \vee \bar{y}_2 \vee \bar{y}_3) \vee \bar{x} y_2 y_3; \\ Y_2 = y_2(\bar{x} \vee \bar{y}_1 \vee \bar{y}_3); \\ Y_3 = y_3(\bar{x}(\bar{y}_1 \vee y_2) \vee x \bar{y}_1); \\ Z = \bar{x} y_1 \vee \bar{y}_2(x \bar{y}_1 \vee y_3). \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} Y_1 = x y_3 \vee y_1(\bar{y}_2 \vee \bar{y}_3); \\ Y_2 = x \bar{y}_1 \bar{y}_3 \vee y_2(x \vee \bar{y}_1 \vee y_3); \\ Y_3 = \bar{x}(y_1 \vee y_2 \vee y_3) \vee y_2 y_3; \\ Z = (\bar{y}_2 \vee y_3)(x \vee \bar{y}_1). \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} Y_1 = \bar{x}(y_2 \vee y_1 y_3) \vee x(y_1 \vee \bar{y}_1 \bar{y}_2); \\ Y_2 = y_2 \vee x y_1 \vee x \bar{y}_3; \\ Y_3 = \bar{x}(\bar{y}_1 \vee y_2) \vee x(\bar{y}_1 y_2 \vee y_3); \\ Z = \bar{x}(\bar{y}_2 \vee y_1 \bar{y}_3) \vee y_2(x \bar{y}_3 \vee y_1). \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} Y_1 = y_1(x \vee y_3) \vee x \bar{y}_2 \bar{y}_3; \\ Y_2 = y_3(\bar{x} y_1 \vee x \bar{y}_1) \vee y_2(x \vee \bar{y}_1); \\ Y_3 = \bar{x}(y_3 \vee \bar{y}_1 y_2) \vee y_1 \bar{y}_2 y_3; \\ Z = (x \bar{y}_1 y_3 \vee y_1 \bar{y}_3)(\bar{x} \vee \bar{y}_2). \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} Y_1 = x(y_1 \vee y_2) \vee y_1 \bar{y}_3; \\ Y_2 = y_2(x \vee \bar{y}_1 \vee y_3); \\ Y_3 = x(\bar{y}_1 \vee \bar{y}_2) \vee y_2 y_3; \\ Z = \bar{x} y_1 \vee y_2(x \bar{y}_3 \vee y_1). \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} Y_1 = x(y_1 \vee \bar{y}_3) \vee y_1 \bar{y}_2; \\ Y_2 = x(\bar{y}_1 \bar{y}_3 \vee y_1 y_3) \vee y_2(x \vee \bar{y}_3); \\ Y_3 = y_3(x \vee \bar{y}_1 y_2) \vee \bar{x} y_1 \bar{y}_2; \\ Z = y_3(x \bar{y}_1 y_2 \vee y_1 \bar{x}). \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} Y_1 = y_1(\bar{x} \vee \bar{y}_2) \vee x y_2 y_3; \\ Y_2 = \bar{x}(y_1 \vee y_2 \vee y_3) \vee y_2 y_3; \\ Y_3 = y_3(x \vee \bar{y}_1) \vee \bar{y}_2(\bar{x} y_1 \vee x \bar{y}_1); \\ Z = \bar{x}(y_1 \vee \bar{y}_3) \vee x \bar{y}_1 y_3. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} Y_1 = x(y_1 \vee \bar{y}_2 y_3) \vee y_2(y_1 \vee \bar{x} \bar{y}_3); \\ Y_2 = y_2(\bar{x} y_1 \vee \bar{y}_3) \vee x \bar{y}_1(y_2 \vee \bar{y}_3); \\ Y_3 = \bar{x} y_2 \vee y_3(x \vee \bar{y}_1); \\ Z = (\bar{x} y_3 \vee x)(y_1 \bar{y}_2 \vee \bar{y}_1). \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} Y_1 = x(y_1 \vee y_3) \vee y_1 y_2 \bar{y}_3; \\ Y_2 = \bar{x} y_3(y_1 \vee y_2) \vee y_1 y_2 \vee x \bar{y}_1 \bar{y}_3; \\ Y_3 = \bar{x} y_1 y_2 \vee y_3; \\ Z = \bar{x} y_3(y_2 \vee \bar{y}_1 y_2) \vee x y_2 \bar{y}_3. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} Y_1 = x(y_1 \vee \bar{y}_2 y_3) \vee \bar{x} y_2 y_3; \\ Y_2 = x(y_2 \vee \bar{y}_1 \bar{y}_3) \vee \bar{y}_1 y_2; \\ Y_3 = y_3 \vee x \bar{y}_1; \\ Z = (\bar{x} \vee x \bar{y}_2)(\bar{y}_1 \vee \bar{y}_3). \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} Y_1 = y_1(x \vee y_2) \vee \bar{x} y_2 y_3; \\ Y_2 = \bar{x} \bar{y}_1 \vee y_2 \vee x y_1 \bar{y}_3; \\ Y_3 = x(y_1 \vee y_2 \vee y_3) \vee y_3(y_1 \bar{y}_2 \vee \bar{y}_1 y_2); \\ Z = \bar{x} y_1 \vee \bar{y}_3(x \bar{y}_1 \vee y_2). \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} Y_1 = \bar{x} y_1(y_2 \vee y_3) \vee x(y_1 \bar{y}_2 \vee y_2 \bar{y}_3); \\ Y_2 = \bar{x}(\bar{y}_1 \vee y_2) \vee \bar{y}_3(\bar{x} \vee x(y_1 \vee y_2)); \\ Y_3 = \bar{x}(\bar{y}_1 \vee y_2 \vee \bar{y}_3) \vee x(y_3 \vee y_1 \bar{y}_2); \\ Z = \bar{x}(y_2 \bar{y}_3 \vee \bar{y}_2 y_3) \vee x y_1. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} Y_1 = \bar{x}(y_1 y_3 \vee \bar{y}_3) \vee x(y_2 \vee y_3); \\ Y_2 = \bar{x} \bar{y}_1 y_3 \vee y_2; \\ Y_3 = \bar{x}(y_1 y_3 \vee \bar{y}_2) \vee x(y_2 \vee y_3); \\ Z = (\bar{y}_2 \vee y_3)(x \bar{y}_1 \vee \bar{x} y_1). \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} Y_1 = y_1(x \vee y_2 \vee \bar{y}_3) \vee y_2(\bar{x} y_3 \vee x \bar{y}_3); \\ Y_2 = y_2 y_3 \vee \bar{x}(\bar{y}_1 \bar{y}_3 \vee y_2); \\ Y_3 = y_2 y_3 \vee x(y_3 \vee \bar{y}_1 \bar{y}_2); \\ Z = \bar{x} \bar{y}_1 y_3 \vee x \bar{y}_3(\bar{y}_1 y_2 \vee \bar{y}_2). \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} Y_1 = y_1 \vee xy_2y_3; \\ Y_2 = x(y_1 \vee y_2 \vee y_3) \vee \overline{y_1}y_2; \\ Y_3 = y_2y_3 \vee \overline{x}(y_1y_2 \vee y_3) \vee x\overline{y_1}; \\ Z = y_3(x\overline{y_2} \vee \overline{x}\overline{y_1}y_2) \vee y_2\overline{y_3}. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} Y_1 = y_1 \vee \overline{x}\overline{y_2}; \\ Y_2 = x(y_1 \vee y_2\overline{y_3}) \vee \overline{x}\overline{y_1}y_2; \\ Y_3 = \overline{x}(\overline{y_1} \vee y_3) \vee y_3(\overline{y_1} \vee y_2); \\ Z = \overline{x}y_2y_3 \vee x\overline{y_2}(\overline{y_1} \vee \overline{y_3}). \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} Y_1 = y_1 \vee x\overline{y_2}; \\ Y_2 = \overline{y_3}(\overline{x}\overline{y_1} \vee xy_1) \vee xy_2; \\ Y_3 = y_3(\overline{x}\overline{y_1} \vee x\overline{y_2}) \vee x\overline{y_1}; \\ Z = \overline{x}y_3 \vee \overline{y_1}y_2. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} Y_1 = y_1(\overline{x} \vee x(\overline{y_2} \vee \overline{y_3})) \vee \overline{x}y_3; \\ Y_2 = \overline{x}y_3 \vee xy_2(\overline{y_1} \vee y_3); \\ Y_3 = \overline{x}y_3 \vee y_1\overline{y_2}; \\ Z = \overline{x}y_2\overline{y_3} \vee \overline{y_1}y_3 \vee x\overline{y_2}. \end{cases}$$

$$31. \begin{cases} Y_1 = y_1 \vee \overline{y_3}(\overline{x}\overline{y_2} \vee xy_2); \\ Y_2 = \overline{x} \vee y_2; \\ Y_3 = xy_1 \vee \overline{y_1}y_2 \vee y_3; \\ Z = (x\overline{y_2} \vee \overline{y_1}y_2\overline{y_3}) \vee \overline{x}y_2. \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} Y_1 = \overline{x}y_3 \vee xy_2\overline{y_3} \vee y_1y_2; \\ Y_2 = y_2 \vee \overline{x}\overline{y_3} \vee x\overline{y_1}y_3; \\ Y_3 = \overline{x}(y_1y_2 \vee y_3) \vee x\overline{y_1}y_3; \\ Z = y_1(xy_3 \vee \overline{x}\overline{y_2}\overline{y_3}). \end{cases}$$

### Задания повышенной сложности

Многотактная схема имеет два входа (кнопки  $x_1$  и  $x_2$ ), один выход (лампочка  $z$ ) и три внутренних реле  $Y_1, Y_2, Y_3$ . Решение заданий аналогично вышеприведенному в п. 4, однако, при построении первичной ТП учитываются все возможные состояния обеих кнопок  $x_1$  и  $x_2$ : 00, 01, 10 и 11. Таким образом, ТП будет содержать четыре столбца, а не два, как в п. 1.2. Также рекомендуется при решении данной задачи пропускать п. 2.3 – не строить исходную многотактную схему.

$$33. \begin{cases} Y_1 = y_1 \vee \overline{x_1}(x_2y_2 \vee \overline{x_2}(y_2y_3 \vee \overline{y_2}\overline{y_3})) \vee x_1x_2\overline{y_2}\overline{y_3}; \\ Y_2 = x_1(x_2 \vee \overline{y_1}) \vee \overline{x_1}y_2 \vee \overline{x_2}\overline{y_1}y_3; \\ Y_3 = \overline{x_1}\overline{x_2}(y_1 \vee y_2y_3 \vee \overline{y_2}\overline{y_3}) \vee x_1(x_2(\overline{y_1}y_2 \vee y_3) \vee \overline{y_1}y_3) \vee x_2\overline{y_1}\overline{y_2}y_3; \\ Z = y_2\overline{y_3} \vee \overline{y_1}y_3. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
34. \quad & \left\{ \begin{aligned} Y_1 &= y_1 \vee x_1 x_2 \overline{y_3} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{y_2} y_3; \\ Y_2 &= x_1 (y_1 \vee x_2) \vee y_2 (x_1 \overline{x_2} \vee x_2 y_1) \vee \overline{x_2} \overline{y_1} (y_2 \overline{y_3} \vee \overline{x_1} \overline{y_2} y_3); \\ Y_3 &= \overline{x_2} (\overline{y_1} (x_1 \vee \overline{y_2} \overline{y_3}) \vee y_2 y_3) \vee \overline{x_1} y_1 (y_3 \vee x_2) \vee x_1 y_3 (\overline{y_1} \vee x_2 \overline{y_2}); \\ Z &= y_1 \overline{y_2} \vee x_2 \overline{y_3}. \end{aligned} \right. \\
35. \quad & \left\{ \begin{aligned} Y_1 &= y_1 \vee x_1 \overline{y_2} (x_2 \vee y_3); \\ Y_2 &= x_1 (y_2 \vee \overline{x_2} y_3) \vee x_2 \overline{y_3} (\overline{x_1} \overline{y_1} \vee x_1 y_1) \vee \overline{x_1} \overline{x_2} y_1 \overline{y_3}; \\ Y_3 &= x_2 \overline{y_1} (x_1 \vee y_3) \vee y_1 (x_1 (\overline{y_2} y_3 \vee \overline{x_2} y_2) \vee \overline{x_2} y_3); \\ Z &= y_1 \overline{x_2} \vee x_1 \overline{y_2}. \end{aligned} \right.
\end{aligned}$$

### Литература

1. Сапожников В. В. Теория дискретных устройств железнодорожной автоматики, телемеханики и связи [Текст] / В. В. Сапожников, Ю. А. Кравцов, Вл. В. Сапожников; под ред. В. В. Сапожникова // М. : УМК МПС России, 2001. – 312 с.

## Содержание

1 Основные понятия .....	1
1.1 Понятие многотактной схемы .....	–
1.2 Анализ многотактных схем .....	3
1.3 Состязания в многотактных схемах и их исключение .....	8
1.4 Синтез многотактных схем .....	12
2 Методика выполнения работы .....	15
3 Варианты заданий .....	–
<i>Задания повышенной сложности</i> .....	18
Литература .....	19

# ИСКЛЮЧЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ СОСТЯЗАНИЙ В МНОГОТАКТНЫХ СХЕМАХ

Методические указания по курсу  
«Теория дискретных устройств»

Составили:

профессор САПОЖНИКОВ Валерий Владимирович  
профессор САПОЖНИКОВ Владимир Владимирович  
ассистент ЕФАНОВ Дмитрий Викторович

Редактор и корректор *Г. Н. Кириллова*  
Компьютерная верстка *М. С. Савастеевой*

План 2011 г., № 157

Подписано в печать с оригинал-макета 14.03.12.  
Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага для множ. апп. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 1,2. Уч.-изд. л. 1,2. Тираж 300.

Заказ 287.

Петербургский государственный университет путей сообщения.  
190031, СПб., Московский пр., 9.

Типография ПГУПС. 190031, СПб., Московский пр., 9.